EIGENSCHAFTEN DER LÖSUNG (v)

	PROBLEM # 1	2	3
Existenz	ja	ja	ja
Eindeutigkeit	ja	ja	ja, ob Φ^{-1} $\exists$
Regelmäßigkeit	log	log	log od. schwacher

Nach Regularisierung und Diskretisierung

BEISPIEL: REGULARISIERUNG VON PB#3

Zielfunktion:

$$J(v) := \int_{G_2} dG_2 \left(|\Phi w - h_5|^2 + |\Phi \partial w / \partial n - h_6|^2 \right) + c_2 \|v\|^2_{U_{ad}} .$$

$c_2 > 0$

Lösungsraum:

$$U_{ad} := H^2_{G_0}(\mathbb{R}^3_0) \subset C^0_{G_0}(\mathbb{R}^3_0)$$

Adjungiertes System:

$$\begin{cases} (\nabla^2 + k^2) p_3 = \left(\Phi w - h_5 + \Phi \frac{\partial w}{\partial n} - h_6\right) \otimes \\ \qquad \otimes\, \delta(x - x_2) \\ p_1 |_{\mathbb{R}^3_0} = 0 \\ \text{adj. L.S.B.} \end{cases}$$

REGULARISIERUNG..

(Fortsetzung)

Gradient :

$$\left\langle \mathrm{grad}_v J(v) \middle| \cdot \right\rangle \overset{\text{Th.}}{=}$$

$$= 2\,\mathrm{Re}\left[\int_{G_0} \frac{\partial p_3^*}{\partial n}\bigg|_{G_0} \cdot (\cdot)\, dG_0 + \right.$$

$$\left. + c_2 \left\langle \mathrm{grad} \|v\|^2_{U_{ad}} \middle| \cdot \right\rangle \right]$$

Eigenschaft der Lösung u :

$$J(u) = \inf_{v \in U_{ad}} J(v)\text{, oder :}$$

$$\left\langle \mathrm{grad}_v J(v) \middle| v - u \right\rangle \geq 0,\ \forall v \in U_{ad}$$

Schluß :

u kann, als Minimum von $J(\cdot)$, durch einer Gradientenmethode berechnet werden

FLUSSDIAGRAMM