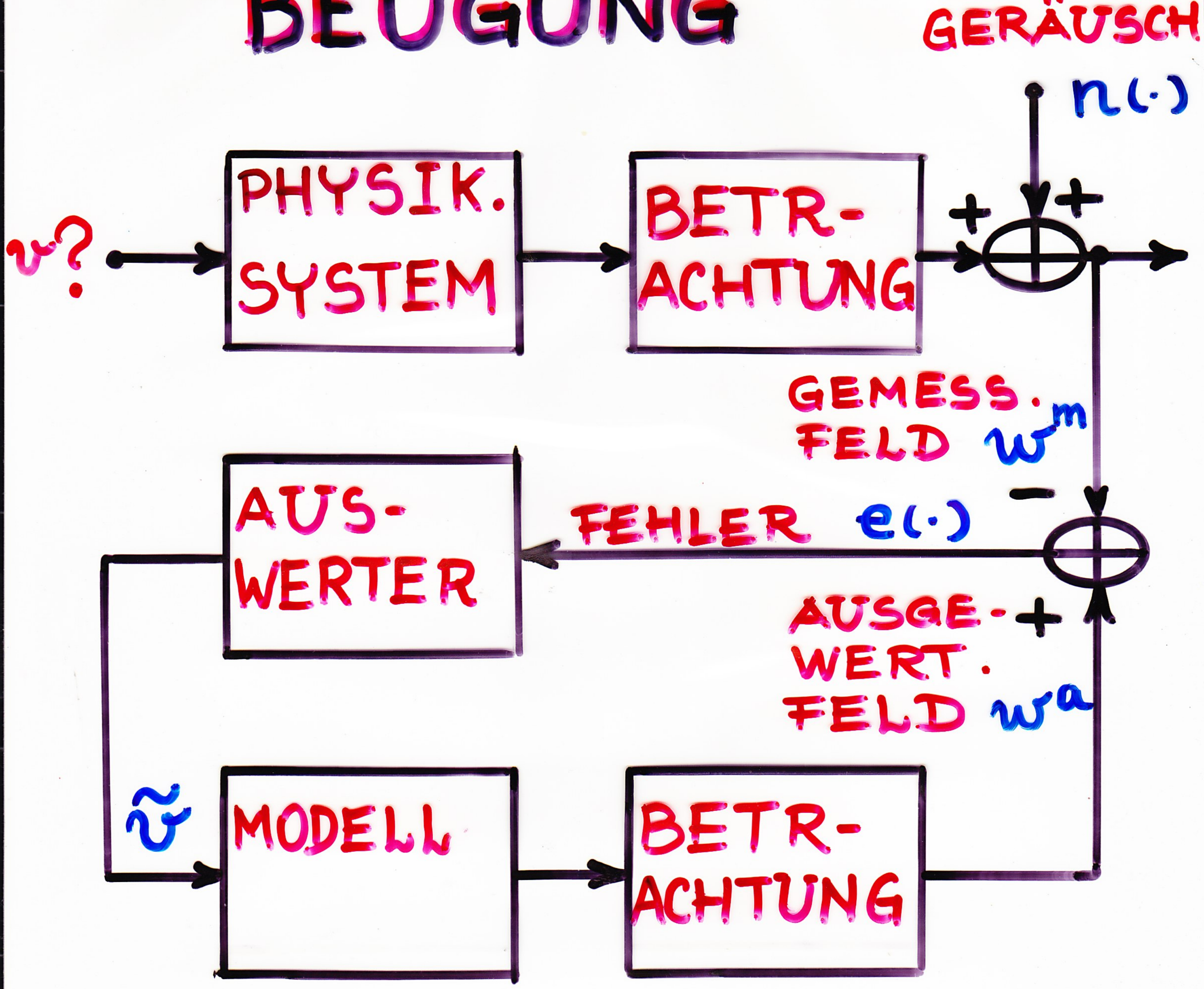
ANGENÄHERTE LÖSUNGEN DER HELMHOLTZ'schen GLEICH. UND UMGEKEHRTE BEUGUNG

Giovanni Crosta

DGaO83
Darmstadt

UMGEKEHRTE BEUGUNG



MODELLGLEICHUNG

DIREKTES PROBLEM:

$$
\begin{cases}
(\nabla^2 + k^2)\, w = 0 \quad \text{in } \mathbb{R}^3_+ \\
w\big|_{z=0} = v \in W^{1,\infty}(S), \quad S \subset\subset \mathbb{R}^3_0 \\
\text{Luneburg'sche Strahlungsbed.} \\
\mathcal{C}w := w(x_1, x_2, z_0), \quad z_0 > 0
\end{cases}
$$

UMGEKEHRTES PROBLEM:

gegeben $\qquad\qquad$ finden

$$\{w^m(x_1, x_2, z_0)\} \longrightarrow v \in W^{1,\infty}(S)$$

APERTUR IDENTIFIZIERUNG

EXAKTE LÖSUNG

$$w(x_{10}, x_{20}, z_0) = g_{1n} * v$$

wo :

$$g_{1n} := \frac{z}{s}\left(ik - \frac{1}{s}\right)\frac{e^{iks}}{s}$$

$$s \;:= \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + z^2}$$

im reziproken Gebiet (RG):

$$\hat{w}(y_1, y_2, z_0) = \hat{g}_{1n} \cdot \hat{v}$$

$\vec{y} \equiv (y_1 ; y_2) :=$ Ortsfrequenz-vektor

ANDERE DARSTELLUNG

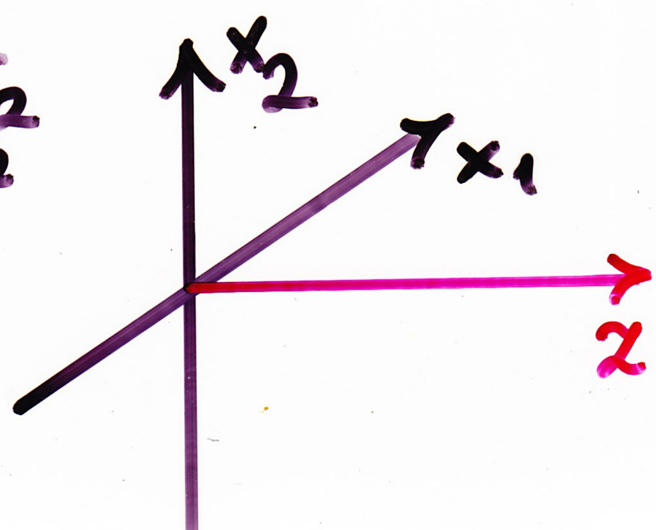
$$w = \begin{cases} F^{-1} e^{ikz\sqrt{1-y^2/k^2}} F v & ; |\vec{y}| \leq k \\ F^{-1} e^{-kz\sqrt{y^2/k^2-1}} F v & ; |\vec{y}| > k \end{cases}$$

oder

$$w = \begin{cases} e^{ikz\sqrt{1+\Delta_T/k^2}} \cdot v & ; |\vec{y}| \leq k \\ e^{-kz\sqrt{-1-\Delta_T/k^2}} \cdot v & ; |\vec{y}| > k \end{cases}$$

wo :

$$\Delta_T := \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}$$



FLUSSDIAGRAMM