IM REZIPROKEN GEBIET...

es sei $v(\cdot) \in W^{1,\infty}(S)$,

denn $\exists\, F v(\cdot) := \hat{v}(\cdot)$.

Def.: $D_H := \{\vec{y} \mid |\vec{y}| \le k\}$

$D_I := \{\vec{y} \mid |\vec{y}| > k\}$

denn: $\hat{v} = \hat{v}_H + \hat{v}_I$,

wo: $\operatorname{supp} \hat{v}_H \subseteq D_H$,

$\operatorname{supp} \hat{v}_I \subseteq D_I$.

Def.: $w_H := \exp\left[ikx\sqrt{1+\frac{\Delta_T}{k^2}}\right]\cdot v_H$.

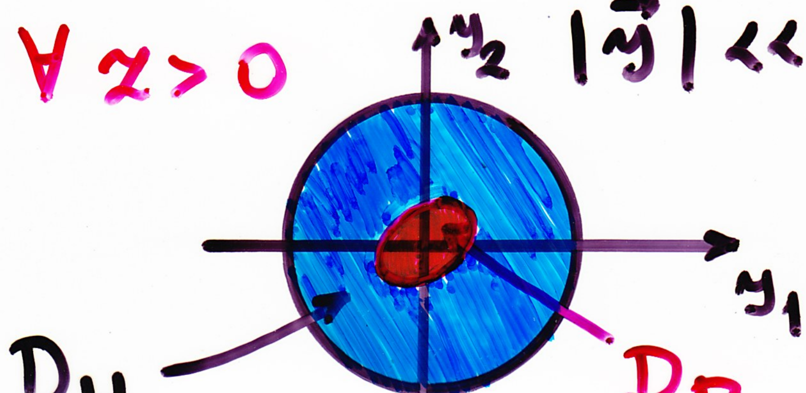
Def.: paraxiale Annäherung

$w_P := \exp\left[ikx\left(1+\Delta_T/2k^2\right)\right]\cdot v_H$.

Es gilt:

$w_P \simeq w_H \iff \operatorname{supp} \hat{v} = D_P := \{\vec{y} \mid |\vec{y}| \ll k\}$

$\forall x > 0$



DIE PARAXIALE GLEICHUNG

$$\begin{cases} -i\partial_z w_p = k\left(1+\dfrac{\Delta_T}{2k^2}\right) w_p \\[1ex] w_p(z=0) = v_p \in G(\mathbb{R}^2) \end{cases}$$

Bemerkung:

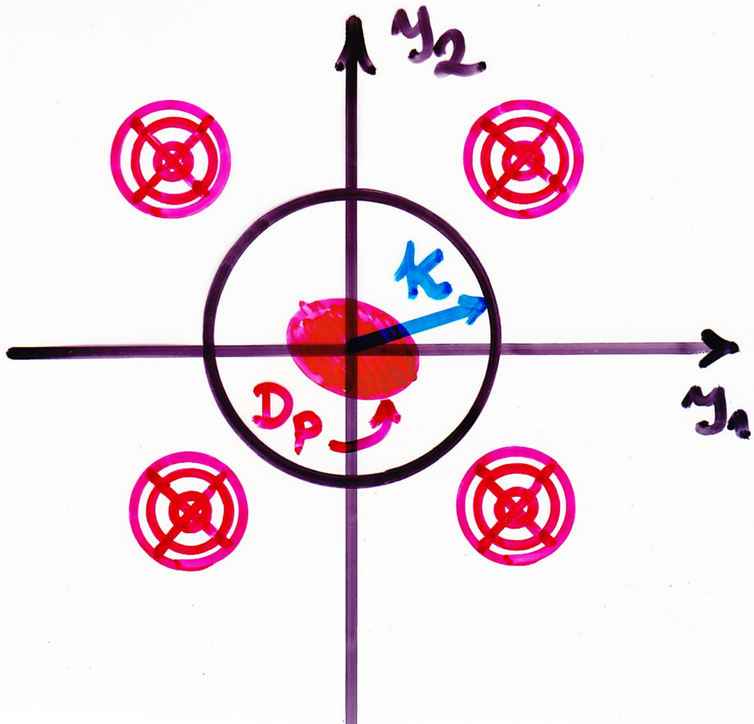
das Gebiet $G(\mathbb{R}^2)$ der Randbedingungen v_p ist größer als $\{ v \mid \operatorname{supp} \hat{v} \subseteq D_p \}$!

Beispiel:

$v = e^{-x_1^2} \cdot e^{-x_2^2} \cdot \cos k_1 x_1 \cdot \cos k_1 x_2$

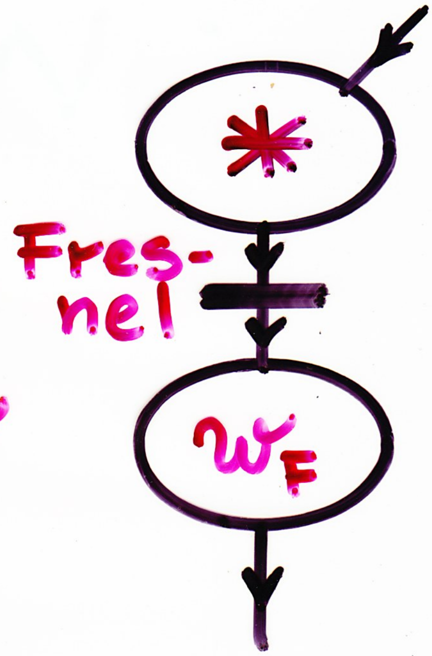
$(k_1 > k)$

$\operatorname{supp} \hat{v} \supset D_p$



IM DIREKTEN GEBIET...

Fresnel'sche Annäherung:



$w_F :=$

$$= \frac{-ik}{2\pi z} \exp\left[ikz\left(1 + \frac{x_1^2 + x_2^2}{2z^2}\right)\right] * v$$

$$= g_F * v$$

Fouriertransformation:

$$\mathcal{F} w_F = \mathcal{F} g_F \cdot \mathcal{F} v =$$

$$= \exp\left[ikz\left(1 - \frac{y_1^2 + y_2^2}{2k^2}\right)\right] \cdot \hat{v}$$

denn:

$$w_F = \exp\left[ikz\left(1 + \frac{\Delta_T}{2k^2}\right)\right] \cdot v$$

ANWENDUNGEN AN DER UMGEKEHRTEN BEUGUNG

Es sei :

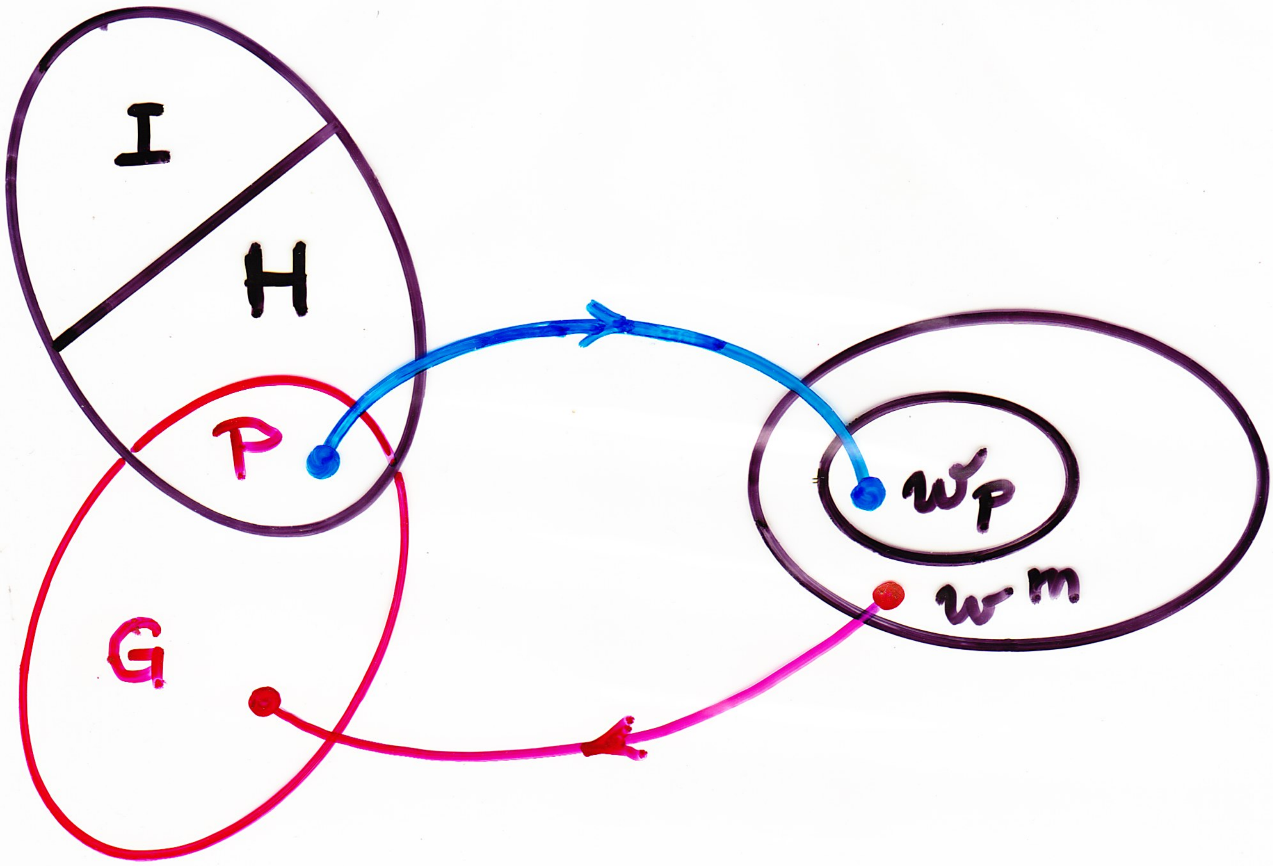
$\{w^m(x_1, x_2, z_0)\}$ gemessene Datenmenge

$v^a(\cdot)$ durch dem paraxialen Modell abgeschätztes Aperturfeld

Def.: $\hat{v}^a := F v^a$

Frage : haben die Ortsfrequenzkomposanten von $\hat{v}^a(\cdot)$ ausser D_P einen Sinn ?

GEBIETE und ABBILDUNGEN



v - Gebiete

w - Gebiet

ÜBERAUFLÖSUNG UND FOURIER OPTIK

Def.: Überauflösung

$\{w^m(\cdot)\} \longrightarrow \hat{v}^a(\cdot)\,,\ \forall \vec{y}$; besonders für $|\vec{y}| > k$!

Notwendige Voraussetzung:
das direkte Modell darf nicht auf die homogäne Wellen beschränkt sein