

UNA METODOLOGIA PER LO STUDIO DELL'EFFICACIA RELATIVA DI STRUTTURE SANITARIE

Giorgio Vittadini

Facoltà di Scienze Statistiche
Università Bicocca di Milano

Maurizio Sanarico

Noustat S.r.l.

Summary:

In this paper we propose a methodology for the study of the relative efficacy of different health institutions under general conditions in which a) some outcomes are simultaneously connected with qualitative and quantitative observed indicators b) the errors' distribution is not normal; c) there is a lack of prior information for casual parameters that measure the relative effectiveness of the institutions. For this topic the Multivariate Sure Model expressed in a Multilevel way is used. The solutions are obtained by means of Bayesian inference methods. The relative effectiveness of some hospitals is studied by means of this methodology.

1. Un'analisi di efficacia relativa di ospedali lombardi

Nell'ambito di metodi di valutazione di strutture sanitarie quali l'accreditamento di eccellenza (Jcaho, 2000)¹ sono stati proposti indicatori di risultato univariati del tipo:

$$I_{jv} = f_{jv} / n_{jv} \quad (j=1, \dots, p; v=1, \dots, q) \quad (1)$$

ove f_{jv} è il numero di pazienti curati per la j -esima patologia nella v -esima struttura sanitaria con esito positivo rispetto a un totale di n_{jv} . Tuttavia, poiché tali indicatori prescindono dallo stato di gravità dei pazienti², si è proposto di valutare l'efficacia delle strutture sanitarie misurando mediante gli outcome³ gli effetti delle cure sui singoli pazienti, e utilizzando metodi statistici che tengano conto del loro stato di salute prima della cura (Goldstein, Spiegelhalter, 1996). Per chiarire gli scopi di questa metodologia e mostrare l'apporto originale del presente lavoro si propone innanzitutto l'affronto di un caso empirico. Si consideri la popolazione dei 10894 ricoverati del 1999 per tre malattie cronico-degenerative, quali l'insufficienza cardiaca (DRG 127), l'angina pectoris (DRG 140), il diabete (DRG 294)- negli ospedali pubblici di 4 ASL Lombarde (Milano Città, Como, Lecco, Brescia). Si è somministrato nel febbraio 2000 a un campione di tali ricoverati l'SF 12, questionario inerente la qualità della vita, rilevando altresì caratteristiche dei pazienti e, mediante dati amministrativi a disposizione della Regione,

¹ La Joint Commission of Accreditation of The National Health-Care Organization edita il National Library for Health Care Indicators (NLHI) manuale contenente indicatori di risultato.

² Di conseguenza le strutture sanitarie per non peggiorare la loro valutazione, possono esercitare una "selezione avversa" volta ad escludere dal ricovero i pazienti più gravi (Goldstein e Spiegelhalter, 1996).

³ "Technical result of a diagnostic procedure or specific treatment episode" (Opit, 1993, p.160).

informazioni inerenti gli ospedali. Nell'ottobre 2000 si è somministrato di nuovo l'SF-12 ai riospedalizzati che hanno risposto al primo questionario⁴. Secondo quanto affermato nella letteratura medica (Apolone ed al., 1997) le dodici risposte al questionario SF-12 esprimibili secondo scala ordinale possono essere viste come indicatori che sottendono gli outcome "qualità della vita mentale" (d'ora in poi QM) e "qualità della vita fisica" (d'ora in poi QF)⁵. Si vuole valutare, per ognuna delle tre patologie, l'efficacia relativa degli ospedali sui riospedalizzati, *coeteris paribus*, al netto delle caratteristiche individuali dei pazienti (tra cui i medesimi outcome misurati prima della riospedalizzazione QM0 e QF0) e delle caratteristiche delle strutture sanitarie. Le variabili utilizzate e la loro scala sono descritte nella tabella 1.

Tabella 1 Variabili esplicative "Caratteristiche pazienti" (X): x_1 Outcome qualità della vita mentale iniziale QM0; x_2 Outcome qualità della vita fisica iniziale QF0 (Da SF12 febbraio 2000). x_3 Sesso ⁶ (discreta). x_4 Durata degenza ⁷ (giorni; dicotomica). x_5 - x_6 1°, 2° Riospedalizzazione (Rilevate ottobre 2000, dicotomiche). x_7 Età ⁸ (anni; discreta), Variabili dipendenti Outcome: y_1 Outcome qualità della vita mentale riscontrata nella seconda ospedalizzazione QM1; y_2 Outcome Qualità della vita fisica riscontrato nella seconda ospedalizzazione QF1. (Da SF12 ottobre 2000)	Variabili esplicative "Caratteristiche strutture sanitarie" (F): f_1 - f_2 - f_3 Tipologia ospedale: <u>Case mix</u> ⁹ (continua) . <u>Numero sale operatorie</u> ¹⁰ (discreta). <u>Importo medio degenza</u> ¹¹ (continua). f_4 Efficienza : <u>Rapporto fatturato/costi</u> ¹² (continua). f_5 Dimensioni strutturali: <u>Numero posti letto</u> . f_6 - f_7 Dimensioni personale: <u>Numero medici</u> , <u>Numero altro personale</u> ¹³ (discrete).
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

⁴ Il primo campione è composto di 2512 pazienti prescelti attraverso estrazione casuale e liste di sostituzione per i non disponibili. Il campione finale è composto di 973 pazienti tra i 1125 che sono stati riospedalizzati nel medesimo ospedale per la medesima patologia nel periodo gennaio-agosto 2000. Per ogni patologia si considerano solo gli ospedali con almeno 30 riospedalizzati (rispettivamente 13,7,6) La stratificazione del campione finale è simile, per sesso e patologia, a quella della popolazione degli ospedalizzati nel 1999 .

Tabella 2 Suddivisione di campione e popolazione per patologia e sesso

DRG	Descrizione	Ospedalizzati 1999	%	Riospedalizzati rispondenti al 2° questionario	%
127	Insufficienza cardiaca	3471	32	412	42
140	Angina pectoris	2841	26	223	23
294	Diabete età >35	4582	42	338	35
	Totale	10894	100	973	100
sesso	Maschi	4787	44,4	291	30
	Femmine	6107	56,6	682	70

⁵ Al primo outcome sono riconducibili aspetti della salute quali attività fisica, salute fisica, dolore fisico, salute in generale. Al secondo vitalità, attività sociale, stato lavorativo, salute mentale. Quando si considerino patologie cronico-degenerative outcome inerenti la qualità della vita sono particolarmente appropriati (Apolone ed al., 1997).

⁶ Numerose condizioni patologiche si distribuiscono in modo differente tra i due sessi. Ad esempio le persone di sesso maschile, sono più soggette a rischi concomitanti malattie cardiovascolari quali fumo, obesità, ipertensione.

⁷ Per una determinata patologia uno stato di salute più grave comporta una durata della degenza più lunga. Si ipotizza per semplicità che la diversa efficacia degli ospedali non modifichi la durata media delle degenze.

⁸ Alcune patologie, soprattutto le malattie cronico-degenerative, sono correlate all'età del paziente.

⁹ Dato il sistema di classificazione della casistica per acuti Drg (fondato sul principio di attribuzione dei pazienti a classe omogenee isorisorse rispetto a caratteristiche cliniche e assistenziali) il case mix o peso medio ponderato della casistica basato su Drg mostra la complessità media delle patologie curate nell'ospedale.

¹⁰ Il numero di sale operatorie aiuta a capire se l'ospedale è più specializzato in cure mediche o interventi chirurgici.

¹¹ I pazienti acuti vengono rimborsati mediante DRG. I pazienti dimessi in riabilitazione vengono rimborsati per giornata di degenza. L'ammontare medio del rimborso rivela quindi la specializzazione dell'ospedale.

¹² Un valore alto può indicare scarsi investimenti, uno basso può significare costi strutturali non in equilibrio.

¹³ Il rapporto tra numero di posti letto e quantità di personale (medico e non) varia tra le diverse strutture ospedaliere.

2. Metodologia statistica e valutazione d'efficacia relativa

Per analisi d'efficacia relativa *coeteris paribus* in campo sanitario, nella seconda parte degli anni 90 numerosi autori hanno proposto di utilizzare il modello multilevel (Thomas ed al., 1994; Normand ed al., 1995; Morris e Christiansen, 1996; Goldstein e Spiegelhalter, 1996; Rice e Leyland, 1996; Leyland e Boddy, 1998; Marshall e Spiegelhalter, 2001) la cui generica equazione è:

$$y_{jvi} = \alpha_{jv} + \sum_{k=1}^{t(j)} \beta_{jk} x_{kvi} + e_{jvi} \quad (j=1, \dots, p; i = 1, \dots, n_v; n = n_1 + \dots + n_v + \dots + n_p; v=1, \dots, q) \quad (2)$$

con: y_{jvi} j-esimo "outcome-variabile latente" dopo la riospedalizzazione rilevato sull'i-esimo paziente curato nella v-esima struttura sanitaria; α_{jv} parametro casuale inerente l'efficacia della struttura sanitaria v-esima rispetto al j-esimo outcome al netto delle caratteristiche dei pazienti; β_{jk} parametro fisso x_{kvi} k-esima caratteristica individuale rilevata sull'i-esimo paziente curato nella v-esima struttura sanitaria; e_{jvi} componente stocastica di errore. Si ovvia alla scarsa informazione fornita da piccoli sottocampioni di pazienti di determinate strutture sanitarie mediante la procedura di "shrinkage"¹⁴. Gli autori citati, tuttavia, considerano quale variabile dipendente un solo outcome, non multidimensionale e distribuito in modo dicotomico¹⁵, ipotizzano distribuzione normale per i parametri α_{jv} ¹⁶ e non prendono in considerazione le caratteristiche delle strutture sanitarie. In questa sede invece il problema impone di:

- a) ricavare i due outcome QM e QF dalle risposte ordinali al questionario SF-12;
- b) tenere conto, del legame tra QM e QF nella valutazione;
- c) avanzare una ipotesi distributiva per gli outcome QM e QF ricavati da indicatori ordinali;
- d) proporre una distribuzione per i parametri α_{jv} più generale della normale in un contesto di mancanza di informazione sull'efficacia degli ospedali rispetto agli outcome QM e QF;
- e) studiare l'efficacia relativa al netto delle caratteristiche delle strutture sanitarie;

La risposta a questi quesiti permette di suggerire una metodologia valida in termini generali.

¹⁴ Una volta ricavato il valore atteso del parametro casuale $E(\alpha_{jv})$ si corregge secondo la seguente procedura di "shrinkage" ottenendo $\hat{\alpha}_{jv} = \frac{n_j s_a^2}{n_j s_a^2 + s_e^2} E(\alpha_{jv})$ ove s_a^2 è la varianza fra le istituzioni sanitarie, s_e^2 è la varianza

nelle istituzioni sanitarie e n_j l'ampiezza del sottocampione del j-esima struttura sanitaria. Il modello multilevel assume che tanto più piccolo è il sottocampione e tanto più piccolo è s_a^2 rispetto a s_e^2 tanto minore è l'informazione fornita dal sottocampione; perciò ridistribuisce l'informazione complessiva sulla base di tale maggiore o minore informazione fornita da ogni sottocampione (Healy 2001, p.8-9).

¹⁵ Usualmente il tasso di mortalità ospedaliero o altro indicatore osservato univariati.

¹⁶ Pur adottata largamente l'assunzione di normalità è fortemente criticata (Langford, Lewis, 1998; Marshall, Spiegelhalter, 2001).

Innanzitutto, interpretando gli outcome secondo la loro definizione come costrutti teorici latenti sottostanti ad un insieme di indicatori osservati e stimabili a partire da essi a meno di errori (Gertler, 1988) sotto il profilo statistico si possono definire e ricavare come variabili latenti (Muthen e Speckart, 1985; McLeod, 2001 p.187; Goldstein e Leyland, 2001). Tuttavia, non pare opportuno utilizzare a questo scopo modelli strutturali per ricavare le variabili latenti, come è pur proposto (Muthén, 1984; Lee, Wai-Yin Poon, Bentler 1992) data la non unicità delle loro soluzioni (Vittadini, 1988,1999). In particolare quando gli indicatori, come in questo caso sono qualitativi o misti si possono utilizzare metodi di “multidimensional scaling” quali Alsos Princals che mediante procedimento iterativo a passi alternati quantifica gli indicatori osservati e ne ricava trasformate lineari quantitative che fungono da “proxies” delle variabili latenti((De Leeuw e Van Rijkevorsel, 1980; Young, 1981). Il metodo è flessibile rispetto alle scale degli indicatori (in questo caso ordinali) e ricava le trasformate lineari quantitative secondo il criterio delle componenti principali. Le trasformate lineari quantitative x_1 e x_2 ottenute all’ultimo passo dell’Alsos Princals a partire dagli indicatori dell’Sf12 somministrato al tempo $t=0$, costituiscono gli outcome QM0 e QF0; le corrispondenti trasformate lineari quantitative, ottenute a partire dagli indicatori dell’Sf12 somministrato al tempo $t=1$, costituiscono gli outcome QM1 e QF1. (Vittadini 1999,2000). Una volta ottenuti outcome quantificati occorre studiarne la dipendenza delle variabili esplicative onde valutare l’efficacia relativa degli ospedali. A questo scopo si è recentemente suggerito, quando si abbia più di un outcome come variabile dipendente, di utilizzare regressioni multivariate espresse in ottica multilevel ottenendo soluzioni mediante il conosciuto metodo dei minimo quadrati (Mc Leod, 2001). Tuttavia, nel caso qui proposto, è ragionevole tener conto esplicitamente dei legami tra gli outcome QM e QF; inoltre i regressori non sono identici tra le diverse equazioni¹⁷. Queste due considerazioni spingono ad utilizzare in luogo del modello lineare multivariato il modello SURE. Infatti in tale modello, appaiono regressori diversi nelle differenti equazioni, e si ipotizzano legami non nulli fra le corrispondenti componenti di errori in modo tale che le equazioni siano legate stocasticamente (Srivastava, Giles, 1987, pp.1-6). La (1) è quindi da intendersi in questo caso come la generica j -esima equazione di un modello multivariato SURE in un’ottica multilevel che studia la dipendenza simultanea degli outcome da variabili esplicative e da parametri casuali α_{jv} , ove:

$$y = \alpha Z + \beta \hat{X} + e \quad (3)$$

$$y = (y_{111}, \dots, y_{11n_1}, y_{121}, \dots, y_{12n_2}, \dots, y_{1q1}, \dots, y_{1qn_q}, \dots \\ \dots)$$

¹⁷ Infatti tra le variabili esplicative X_1 vi è l’ outcome QM prima della riospedalizzazione tra le variabili esplicative X_2 vi è l’outcome QF prima della riospedalizzazione. Questa scelta sembra da generalizzare perché differenti outcome considerati congiuntamente possono avere diverse variabili esplicative .

dove gli elementi di \mathbf{X} sono i valori delle variabili esplicative non stocastiche che descrivono le caratteristiche individuali.

Infine $\mathbf{e} = (\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \dots, \mathbf{e}'_j, \dots, \mathbf{e}'_p)$ è un vettore riga, $1 \times np$, di componenti stocastiche di errore di valori attesi nulli, con \mathbf{e}'_j , $j = 1, 2, \dots, p$, vettori riga di dimensioni $1 \times n$, per i quali si ipotizza la seguente matrice di varianze-covarianze:

$$E \left[\begin{pmatrix} \mathbf{e}'_1 \\ \vdots \\ \mathbf{e}'_j \\ \vdots \\ \mathbf{e}'_p \end{pmatrix} (\mathbf{e}'_1 \dots \mathbf{e}'_j \dots \mathbf{e}'_p) \right] = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 \mathbf{I}_n & \dots & \sigma_{1p} \mathbf{I}_n \\ \vdots & & \vdots \\ \sigma_{j1} \mathbf{I}_n & \dots & \sigma_{jp} \mathbf{I}_n \\ \vdots & & \vdots \\ \sigma_{p1} \mathbf{I}_n & \dots & \sigma_{pp}^2 \mathbf{I}_n \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Psi}_e \otimes \mathbf{I}_n \quad (4)$$

dove $E(\cdot)$ indica il valore atteso, \mathbf{I}_n è la matrice unità, $n \times n$, $\boldsymbol{\Psi}_e$ una matrice $np \times np$.

La (4) riassume l'assunzione fondamentale che gli errore non risultano correlati se attinenti individui diversi, mentre sono correlati per gli stessi individui quando si riferiscono ad outcome diversi. Per il seguito risulta essenziale che valga la relazione :

$$\mathbf{X} \boldsymbol{\Psi}_e^{-1} \mathbf{Z}' = \mathbf{0} \quad (5)$$

Dove $\mathbf{0}$ è una matrice di dimensioni $g \times q$ di elementi nulli.

A tal fine è sufficiente standardizzare i valori delle variabili esplicative $\{x_{kvi}\}$, $i=1,2,\dots,n_v$, attinenti ad uno stesso ospedale, ciò che garantisce una somma nulla (ai precedenti valori) al variare di i , e quindi segue la relazione richiesta in base all'esame delle forme esplicite \mathbf{X} , \mathbf{Z} e $\boldsymbol{\Psi}_e$ date nei precedenti prospetti. La standardizzazione poi ha il pregio di eliminare l'effetto delle diverse unità di misura.

Ciò premesso, poiché appare restrittiva l'ipotesi di multinormalità per gli outcome y originati da questionari espressi in scala ordinale, si propone per essi la distribuzione normale di ordine λ , flessibile rispetto ai dati, e comunque simmetrica:¹⁸

$$\mathbf{f}(\mathbf{y}) = k \left| \sum_e^{-1} \right|^{1/2} \exp \left\{ (-r) \left[(\mathbf{y} - \boldsymbol{\alpha} \mathbf{Z} - \boldsymbol{\beta} \mathbf{X}) \left(\sum_e^{-1} \otimes \mathbf{I}_n \right) (\mathbf{y} - \boldsymbol{\alpha} \mathbf{Z} - \boldsymbol{\beta} \mathbf{X})' \right]^{\lambda/2} \right\} \lambda > 0 \quad (6)$$

con k coefficiente di proporzionalità

Infine, per valutare coeteris paribus al netto delle caratteristiche delle strutture sanitarie, i parametri casuali α_{jv} , inerenti l'efficacia delle strutture sanitarie al netto delle caratteristiche individuali, sono espressi in un secondo modello in funzione delle caratteristiche delle strutture sanitarie (Gori, Vittadini 1999):

¹⁸ Proposta in versione multinormale da Chiodi (2000, pp.296-297) come normale di ordine "p", già utilizzata nella parametrizzazione di Box e Tiao (1973), come "exponential power distribution" per l'analisi della robustezza dell'inferenza bayesiana rispetto ad allontanamenti ellissoidali della normale nel modello lineare. La forma funzionale (6) in cui appare $\left| \sum_e^{-1} \right|^{1/2}$ è equivalente a quella con $\left| \sum_e \right|^{-1/2}$ analogamente per quanto avviene per la normale multivariata (Zellner, 1971, p. 379)

$$\alpha_{jv} = \sum_{w=1}^h \delta_{jw} f_{wv} + m_{jv} \quad (j=1, \dots, p; v=1, \dots, q); \quad (7)$$

con f_{wv} w-esima caratteristica osservabile della struttura sanitaria v-esima e $F=(f_1, \dots, f_h)$; δ_{jw} parametro fisso che indica una relazione tecnologica a livello di sistema, m_{jv} componente stocastica di errore i cui valori attesi e i cui intervalli di credibilità¹⁹ esprimono l'efficacia degli ospedali al netto delle caratteristiche dei pazienti e delle strutture. Infine $\mathbf{m}' = (\mathbf{m}'_1, \mathbf{m}'_2, \dots, \mathbf{m}'_p)$ e' vettore riga $1 \times pq$ con $\mathbf{m}'_j = (m_{j1}, \dots, m_{jq}; j = 1, 2, \dots, p)$ vettori riga $1 \times q_n$; per i quali si ipotizza la seguente matrice di varianze e covarianze:

$$\Sigma_m = \begin{pmatrix} s_1^2 \mathbf{I}_q & 0 & 0 \\ 0 & s_2^2 \mathbf{I}_q & \dots \\ 0 & 0 & s_p^2 \mathbf{I}_q \end{pmatrix} \quad (8)$$

di dimensioni $pq \times pq$, relazione che assume l'assenza di correlazioni fra gli errori per i diversi ospedali, sia nell'ambito di uno stesso outcome che per outcome diversi. Come si evince dall'equazione (2) dato y_{jvi} j-esimo, outcome definito sull' i-esimo paziente dell'ospedale v-esimo, la distribuzione del coefficiente casuale α_{jv} esprime la distribuzione di tale outcome al netto delle caratteristiche individuali. Come si evince dall'equazione (7) la distribuzione dell'errore m_{jv} esprime la distribuzione dell'outcome j-esimo al netto delle caratteristiche individuali e delle caratteristiche dell'ospedale.

4. Un approccio bayesiano al problema

Si propone di adottare una metodologia d'inferenza bayesiana, come hanno fatto tutti gli autori che hanno costruito graduatorie tra strutture sanitarie basate sul modello multilevel (Thomas ed al., 1994; Normand ed al., 1995; Morris, Christiansen, 1996; Goldstein, Spiegelhalter, 1996; Rice, Leyland, 1996; Leyland, Boddy 1998; Marshall, Spiegelhalter, 2001). Alle numerose e condivisibili ragioni da esse addotte²⁰, si aggiunge la già enunciata e fondamentale necessità di

¹⁹ Una regione $C \subseteq \Omega$ tale che $\int_C P(\omega) d(\omega) = 1 - \alpha$ si definisce regione di credibilità al 100 (1- α)% per ω rispetto a $p(\omega)$. Se $\Omega \subseteq \mathbb{R}$ vale a dire se è definita nell'insieme dei numeri reali e quindi è unidimensionale, la regione di credibilità sarà definita intervallo di credibilità (Bernardo, Smith 1993 p.259)

²⁰ L'inferenza bayesiana, utilizzata nel modello multilevel per costruire graduatorie fra ospedali, permette di ottenere con estrema facilità ed esplicitamente stime con procedura "skrinkage", che caratterizza il modello, fornisce stime più accurate, identifica con più chiarezza gli ospedali che si distinguono per una eccezionale (o una scarsa) efficacia, permette di valutare il guadagno di conoscenza ottenibile allargando il campione, può essere esteso al caso longitudinale distribuendo l'informazione nel tempo (Thomas ed al. 1994). Marshall e Spiegelhalter (2001) affermano che tale metodologia permette di quantificare il grado di incertezza delle graduatorie tra ospedali molto sensibili al variare dei campioni. Infatti ad ogni passo del Gibbs sampling (vedi appendice 1) non solo si possono ottenere valori attesi ed intervalli di credibilità degli errori m_{jv} , ma anche graduatorie degli ospedali costruiti sulla base di tali valori. In questo modo alla fine del processo tenendo conto di tutti i passi del processo iterativo si possono ottenere valori attesi e intervalli di confidenza del rango di ogni struttura ospedaliera nelle graduatorie.

non fare assunzioni arbitrarie sulla distribuzione dei parametri casuali α_{jv} in una situazione in cui non vi sono informazioni a priori sull'efficacia degli ospedali analizzati rispetto ad outcome ricavati dall' SF12. In questi casi un approccio bayesiano e l'utilizzo di metodi Monte Carlo Markov Chain (d'ora in poi MCMC) offre un modo unificato e flessibile di utilizzare le informazioni provenienti dal campione per sopperire alla mancanza di informazioni a priori sulla distribuzione dei parametri in modo da ottenere distribuzione a posteriori di tali parametri completamente informative (Albert, Chib, 1997; Richardson e Green, 1997). Si hanno anche grandi vantaggi computazionali qualora, come in questo caso, si debbano ricavare soluzioni per numerosi parametri. A questo punto, in un contesto di inferenza bayesiana, ipotizzata, per quanto detto, distribuzione non informativa uniforme per gli "effetti casuali" α_{jv} il modello (2)-(3) è interpretabile quale modello a "effetti misti" in cui i parametri β_{jk} sono interpretabili come "effetti fissi", vale a dire quali parametri casuali dalle distribuzioni a priori convenzionali non informative uniformi scambiabili fra loro e rispetto ai parametri α_{jv} (Gelman ed al. 1995, pp368-369)²¹. Attraverso le informazioni provenienti dal campione la metodologia bayesiana permette, in questo caso di ricavare distribuzioni a posteriori informative sia per gli α_{jv} che per i β_{jk} . Perciò data la funzione di verosimiglianza (6) e le seguenti distribuzioni a priori non informative:

$$P(\alpha_{jv}) \propto \text{uniforme}(\infty < \alpha_{jv} < +\infty); P(\alpha) \propto \text{uniforme}(-\infty < \alpha < +\infty) \quad (I)$$

$$P(\beta_{jk}) \propto \text{uniforme}(\infty < \beta_{jk} < +\infty); P(\beta) \propto \text{uniforme}(-\infty < \beta < +\infty) \quad (II)$$

$$P\left(\sum_e^{-1}\right) \propto \left|\sum_e^{-1}\right|^{(p+1)/2} \quad (III)$$

di tipo Jeffrey²² (Zellner, 1971, p. 242, Srivasta e Giles p. 317).

Grazie all'approccio bayesiano, riprendendo quanto proposto da Zellner (1971, pp.240-244) e Srivastava e Giles (1987 pp316-318) si ricavano distribuzioni a posteriori informative condizionate di α dato S_e^{-1} e di β dato $S_e^{-1} P(\beta/ S_e^{-1}, y)$, (con S_e^{-1} matrice di varianze-covarianze campionarie), (vedi formula A22) proporzionali a distribuzioni multinormali di ordine λ , attraverso il procedimento enunciato nell'appendice metodologica 1 a partire da valori iniziali di $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$, ottenuti mediante stime dei minimi quadrati generalizzati (A5),. Mediante il metodo del Gibbs Sampling un particolare algoritmo iterativo MCMC si ottengono poi soluzioni numeriche

²¹ "The terms 'fixed' and 'random' come from non-Bayesian statistical tradition and are somewhat confusing in a Bayesian context where all unknown parameters are treated as 'random'. The non-Bayesian view considers fixed effects to be fixed unknown quantities, but the standard procedures proposed to estimate these parameters, based on specified repeated-sampling properties, happen to be equivalent to the Bayesian posterior inference under a noninformative (uniform) prior distribution." (Gelman ed al. 1995 pp.367-368)

²² La (III) è distribuzione a priori dei $(p+1)/2$ elementi di \sum_e^{-1} quando sia minima informazione, ed è ricavata come Jacobiano della trasformazione degli elementi di \sum_e nei corrispondenti elementi di \sum_e^{-1} (essendo nel caso univariato $P(\sigma) \propto 1/\sigma$), (Zellner 1971 p.226).

per tali distribuzioni a posteriori (appendice metodologica 2). I valori attesi e gli intervalli di confidenza di β forniscono informazioni rispetto al nesso tra caratteristiche individuali e outcome. Successivamente, attraverso (7), mediante regressioni effettuate con il metodo dei minimi quadrati ordinari delle α , ricavate dalle distribuzioni a posteriori $P(\alpha / S_e^{-1}, y)$ (A20), su F si ottengono stime per i parametri fissi δ_{jw} inerenti le caratteristiche delle strutture sanitarie, valori attesi ed intervalli di credibilità per le componenti di errore m_{jv} . Sulla base del confronto fra gli estremi di tali intervalli si costruisce una graduatoria di efficacia tra le strutture sanitarie. Si ritiene in un'ipotesi cautelativa che un agente ζ_1 possa considerarsi "superiore" ad un agente ζ_2 quando l'estremo inferiore dell'intervallo di credibilità inerente ζ_1 è maggiore dell'estremo superiore dell'intervallo di ζ_2 . In caso contrario le due strutture sanitarie sono "indifferenti" (Goldstein, Spiegelhalter, 1996).

5. Risultati

Si ottengono distribuzioni a posteriori condizionate dei parametri α_{jv} $P(\alpha_{jv}/y, S_e^{-1})$ e β_{jk} , $P(\beta_{jk}/y, S_e^{-1})$ (con $\lambda=4, r=1$). Nella figura 1 a titolo esemplificativo si mostra che la funzione di ripartizione delle distribuzioni empiriche dei parametri relativi all'ospedale 30156 tende a sovrapporsi con la funzione di ripartizione della distribuzione normale di ordine λ (con $\lambda=4, r=1$). Ciò vale per ogni ospedale e ogni outcome in linea con quanto dimostrato nel precedente paragrafo.

Nella Tabella 2 si riportano per le tre patologie considerate valori attesi, scarti quadratici medi e estremi degli intervalli di confidenza per i parametri β_{jk} relativi alle variabili esplicative "caratteristiche pazienti".

Nella Tabella 3 si riportano per le tre patologie considerate valori attesi, scarti quadratici medi e estremi degli intervalli di credibilità per i parametri fissi δ_{jw} relativi alle variabili esplicative "caratteristiche delle strutture sanitarie".

Nella tabella 4,6,8 sono contenuti i valori attesi e gli intervalli di confidenza per gli errori m_{jv} . Nella Figure 2,3,4 in corrispondenza dei codici dei diversi ospedali per gli outcome appaiono gli intervalli di confidenza degli errori m_{jv} .

Nella tabella 5,7,9 sono riportati i risultati dei confronti fra strutture sanitarie effettuati sulla base di tali intervalli di credibilità e le conseguenti graduatorie.

Figura 1: Funzioni di ripartizione per la distribuzione a posteriori ottenute mediante il procedimento iterativo Gibbs Sampling del parametro α_{f30156} .

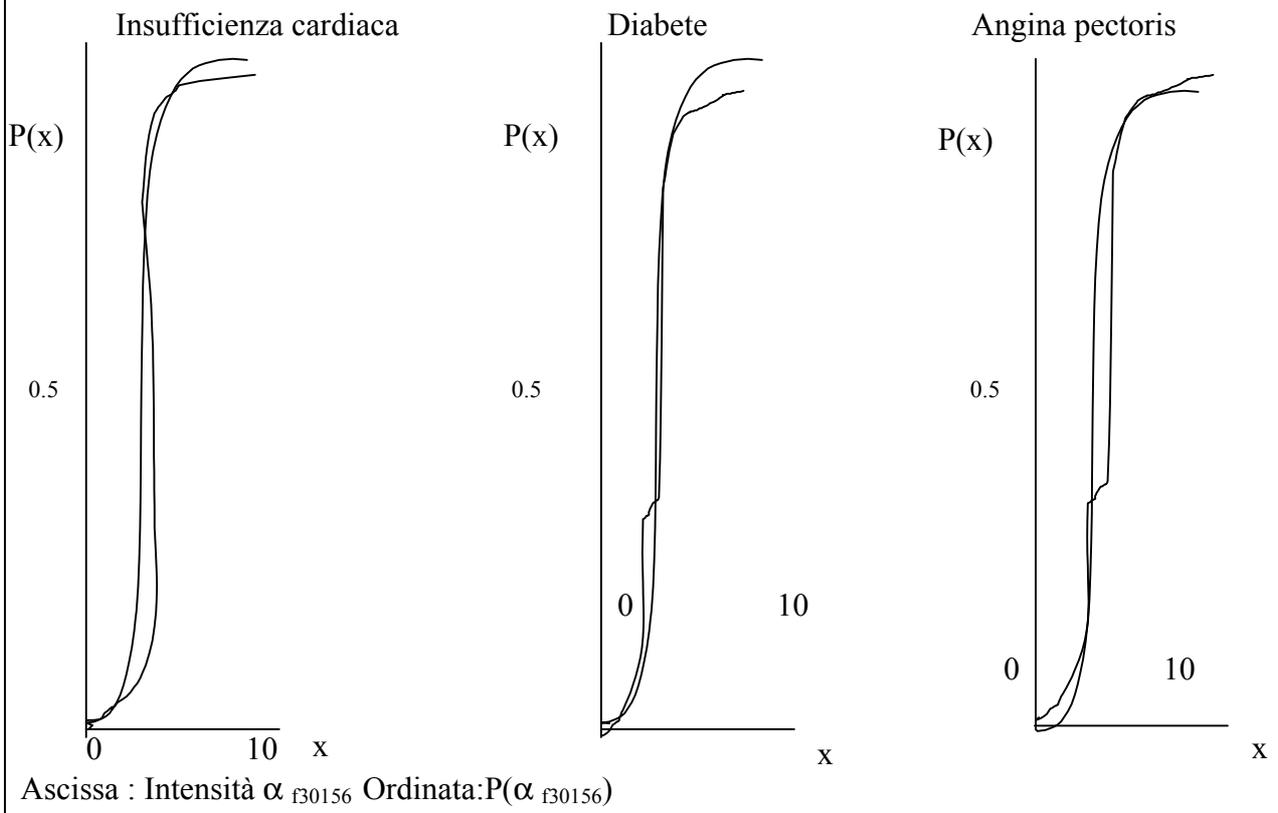


Tabella 2. Valori attesi, scarti quadratici, intervalli di credibilità (1- α =90%) per i parametri β_{jk}

Variabili	Insufficienza cardiaca	Valore atteso	Scarto quadratico	Intervallo di credibilità		Diabete	Valore atteso	Scarto quadratico	Intervallo di credibilità		Angina	Valore atteso	Scarto quadratico	Intervallo di credibilità	
O.M.0	<i>O.M.</i>	0,77	0,03	0,78	0,75	O.M.	0,76	0,05	0,79	0,74	O.M.	0,86	0,04	0,88	0,83
Sesso		2,45	0,79	2,02	2,85		0,88	1,26	0,23	1,53		-4,59	1,15	-5,18	-4
Degenza		0,09	0,06	0,06	0,12		-0,11	0,15	-0,19	-0,03		0,08	0,04	0,05	0,1
1°Riosped.		-1,07	0,54	-1,36	-0,79		1,32	1,27	0,67	1,96		2,16	0,99	1,65	2,69
2°Riosped.		0,12	0,54	-0,15	0,4		-2,02	1,27	-2,7	-1,38		-1,83	1	-2,37	-1,32
Età		-1,92	0,33	-2,10	-1,75		0,22	0,49	-0,02	0,47		1,34	0,50	1,08	1,61
O.F.0	<i>O.F.</i>	0,61	0,03	0,63	0,59	O.F.	0,51	0,04	0,53	0,49	O.F.	0,61	0,04	0,63	0,58
Sesso		-0,53	0,79	-0,95	-0,11		0,56	1,16	-0,03	1,15		0,18	1,18	-0,41	0,81
Degenza		0,09	0,05	0,06	0,12		-0,01	0,13	-0,07	0,06		-0,02	0,04	-0,04	0,01
1°Riosped.		0,07	0,54	-0,21	0,35		-3,17	1,17	-3,77	-2,56		0,97	1,01	0,45	1,48
2°Riosped.		-1,01	0,54	-1,28	-0,72		2,32	1,14	1,74	2,92		-1,57	1,02	-2,08	-1,04
Età		-1,31	0,33	-1,49	-1,13		-1,89	0,44	-2,12	-1,48		-1,75	0,52	-2,02	-1,48

Tabella 3. Valori attesi, scarti quadratici, intervalli di credibilità (1- α =90%) per i parametri δ_{jw}

Variabili	Insufficienza cardiaca	Valore atteso	Scarto quadratico	Intervallo di credibilità		Diabete	Valore atteso	Scarto quadratico	Intervallo di credibilità		Angina	Valore atteso	Scarto quadratico	Intervallo di credibilità	
Casemix	O.M.	-10,48	9,3	-15,29	-5,55	O.M.	12,80	9,22	7,92	17,62	O.M.	-6,83	8,86	-11,31	-2,21
N°Sale Operatorie		-29,06	10,17	-34,24	-23,71		-6,11	2,36	-7,32	-4,88		1,19	1,57	0,39	2,03
Importo Degenze		-0,01	0,01	-0,01	-0,01		-0,01	0,01	-0,01	0,01		-0,01	0,01	-0,01	-0,01
Fatturato/Costi		-1,07	2,81	-2,55	0,41		15,04	6,17	11,82	18,28		4,14	2,18	2,99	5,29
N°Postiletto		27,42	35,07	8,89	46,23		-27,15	14,45	-34,84	-19,61		7,48	19,29	-2,36	17,25
N°Altro personale		-4,46	19,6	-14,55	5,88		57,26	20,25	46,59	67,73		2,4	22,88	-9,26	14,45
Numero Medici		6,78	13,78	-0,48	14,09		-29,58	8,45	-33,98	-25,35		-4,43	6,78	-7,94	-0,98
Casemix	O.F.	-24,69	9,4	-29,55	-19,8	O.F.	6,17	8,45	1,79	10,61	O.F.	-5,76	8,97	-10,41	-1,04
N°Sale Operatorie		0,84	9,95	-4,27	5,87		5,73	2,14	4,66	6,85		-4,02	1,57	-4,81	-3,2
Importo Degenze		0,01	0,01	0,01	0,01		-0,01	0,01	-0,01	-0,01		0,01	0,01	0,01	0,01
Fatturato/Costi		-5,07	2,77	-6,55	-3,6		1,77	5,54	-1,09	4,69		-7,99	2,14	-9,09	-6,89
N°Postiletto		130,42	34,61	112,47	148,65		10,42	12,96	3,81	16,82		27,14	20,16	16,74	37,62
N°Altro personale		-62,48	20,11	-72,96	-52,33		2,91	18,60	-6,57	12,78		-31,02	23,47	-43,19	-18,7
Numero medici		-31,87	13,62	-38,78	-24,85		-14,51	7,63	-18,36	-10,64		4,82	6,89	1,40	8,38

Tabella 4. Valori attesi, intervalli di credibilità ($1-\alpha=90\%$) per le componenti di errori m_{jv} , Insufficienza cardiaca

	O.M.			O.F.			
	Valore atteso	Intervallo di credibilità		Valore atteso	Intervallo di credibilità		
m_{m30024}	14,75	-0,5	30	m_{f30024}	-47,05	-62,1	-32
m_{m30154}	-4,85	-10	0,3	m_{f30154}	-4,15	-8	-0,3
m_{m30156}	15,45	8	22,9	m_{f30156}	5,25	0,5	10
m_{m30157}	-2,45	-5	0,1	m_{f30157}	4,25	0,5	8
m_{m30184}	1,85	-4,3	8	m_{f30184}	-12,05	-15	-9,1
m_{m30274}	-5,15	-10	-0,3	m_{f30274}	6,15	0,3	12
m_{m30902}	-17,75	-30,5	-5	m_{f30902}	33,45	20	46,9
m_{m30903}	-40,95	-49,9	-32	m_{f30903}	7,65	-4	19,3
m_{m30906}	-45,15	-55,3	-35	m_{f30906}	-2,75	-21	15,5
m_{m30910}	-185,35	-250,7	-120	m_{f30910}	-19,65	-85	45,7
m_{m30913}	-5,05	-10	-0,1	m_{f30913}	-9,05	-15,1	-3
m_{m30914}	-15,15	-30,3	0	m_{f30914}	21,55	13,1	30
m_{m30915}	5,15	0,3	10	m_{f30915}	4,75	-0,5	10

Tabella 5. Risultato dei confronti tra ospedali Lombardi sulla base degli intervalli di credibilità ($1-\alpha=90\%$) delle componenti di errore m_{jv} , Insufficienza cardiaca

Insufficienza cardiaca

O.M.	30024	30154	30156	30157	30184	30274	30902	30903	30906	30910	30913	30914	30915	Somma	Grad.
30024		0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	4	3°
30154	0		-1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	-1	2	5°
30156	0	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	1°
30157	0	0	-1		0	0	1	1	1	1	0	0	-1	2	5°
30184	0	0	-1	0		0	1	1	1	1	0	0	0	3	4°
30274	0	0	-1	0	0		1	1	1	1	0	0	-1	2	5°
30902	-1	-1	-1	-1	-1	-1		1	1	1	-1	0	-1	-5	10°
30903	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1		0	1	-1	-1	-1	-9	11°
30906	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0		1	-1	-1	-1	-9	11°
30910	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-12	13°
30913	0	0	-1	0	0	0	1	1	1	1		0	-1	2	5°
30914	0	0	-1	0	0	0	0	1	1	1	0		-1	1	9°
30915	0	1	-1	1	0	1	1	1	1	1	1	1		8	2°
O.F.	30024	30154	30156	30157	30184	30274	30902	30903	30906	30910	30913	30914	30915	Somma	Grad.
30024		-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	-1	-1	-1	-11	13°
30154	1		-1	-1	1	-1	-1	0	0	0	0	-1	0	-3	10°
30156	1	1		0	1	0	-1	0	0	0	1	-1	0	2	3°
30157	1	1	0		1	0	-1	0	0	0	1	-1	0	2	3°
30184	1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	0	0	0	-1	-1	-7	12°
30274	1	1	0	0	1		-1	0	0	0	-1	-1	0	0	7°
30902	1	1	1	1	1	1		1	1	0	1	0	1	10	1°
30903	1	0	0	0	1	0	-1		0	0	1	0	0	2	3°
30906	1	0	0	0	0	0	-1	0		0	0	0	0	0	7°
30910	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	7°
30913	1	0	-1	-1	0	1	-1	-1	0	0		-1	-1	-4	11°
30914	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1		1	8	2°
30915	1	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	1	-1		1	6°

Tabella 6. Valori attesi, intervalli di credibilità ($1-\alpha=90\%$) per le componenti degli errori m_{jv} Diabete

	O.M.				O.F.		
	Valore atteso	Intervallo di credibilità			Valore atteso	Intervallo di credibilità	
m_{m30023}	-29,05	-40,1	-18	m_{f30023}	-12,85	1,3	-27
m_{m30025}	0,25	-4,5	5	m_{f30025}	1,65	-3,7	7
m_{m30156}	1,95	-1,1	5	m_{f30156}	1,75	-1,5	5
m_{m30902}	-9,15	-13,3	-5	m_{f30902}	-13,55	-18	-9,1
m_{m30906}	-6,45	-9,9	-3	m_{f30906}	0,15	-3	3,3
m_{m30913}	-19,35	-27,7	-11	m_{f30913}	0,25	-8,5	9

Tabella 7. Risultato dei confronti tra ospedali Lombardi sulla base degli intervalli di credibilità ($1-\alpha=90\%$) delle componenti di errore m_{jv} Diabete

O.M.	30023	30025	30156	30902	30906	30913	Somma	Grad.	O.F.	30023	30025	30156	30902	30906	30913	Somma	Grad.
30023		-1	-1	-1	-1	0	-4	6°	30023		0	0	0	0	0	0	5°
30025	1		0	1	1	1	4	1°	30025	0		0	1	0	0	1	1°
30156	1	0		1	1	1	4	1°	30156	0	0		1	0	0	1	1°
30902	1	-1	-1		0	0	-1	4°	30902	0	-1	-1		-1	-1	-4	6°
30906	1	-1	-1	0		1	0	3°	30906	0	0	0	1		0	1	1°
30913	0	-1	-1	0	-1		-3	5°	30913	0	0	0	1	0		1	1°

Tabella 8. Valori attesi, intervalli di credibilità ($1-\alpha=90\%$) per le componenti di errori m_{jv} Angina

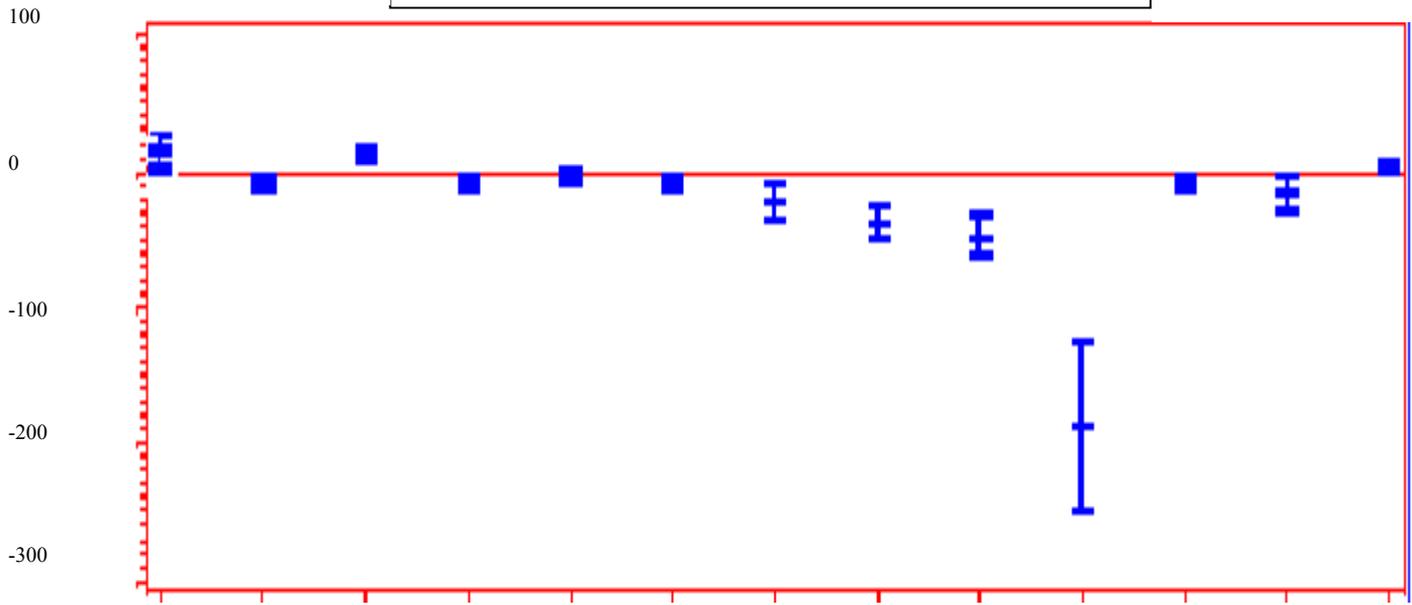
	O.M.				O.F.		
	Valore atteso	Intervallo di credibilità			Valore atteso	Intervallo di credibilità	
m_{m30154}	-5,15	-15,3	5	m_{f30154}	25,65	11,3	40
m_{m30156}	3,15	-2	8,3	m_{f30156}	6,05	2	10,1
m_{m30184}	3,25	1,5	5	m_{f30184}	-6	-10	-2
m_{m30902}	-1,95	1,1	-5	m_{f30902}	0,15	-2	2,3
m_{m30903}	14,65	12,3	17	m_{f30903}	-5,25	-8	-2,5
m_{m30906}	7,05	3	11,1	m_{f30906}	-13,45	-18	-8,9
m_{m30913}	6,5	-7	20	m_{f30913}	-22,25	-36	-8,5

Tabella 9. Risultato dei confronti tra ospedali Lombardi sulla base degli intervalli di credibilità ($1-\alpha=90\%$) delle componenti di errore m_{jv} Angina

O.M.	30154	30156	30184	30902	30903	30906	30913	Somma	Grad.	O.F.	30154	30156	30184	30902	30903	30906	30913	Somma	Grad.
30154		0	0	0	-1	0	0	-1	5°	30154		1	1	1	1	1	1	6	1°
30156	0		0	0	-1	0	0	-1	5°	30156	-1		1	1	1	1	1	4	2°
30184	0	0		1	-1	0	0	0	2°	30184	-1	-1		-1	0	0	0	-3	5°
30902	0	0	-1		-1	-1	0	-3	7°	30902	-1	-1	1		1	1	1	2	3°
30903	1	1	1	1		1	0	5	1°	30903	-1	-1	0	-1		1	1	-1	4°
30906	0	0	0	1	-1		0	0	2°	30906	-1	-1	0	-1	-1		0	-4	6°
30913	0	0	0	0	0	0		0	2°	30913	-1	-1	0	-1	-1	0		-4	6°

Figura 2 - Insufficienza cardiaca -

Intervalli di credibilità ($1-\alpha=90\%$) delle componenti di errore m_{mv} O.M.
Ascissa = cod. ospedali Ordinata = estremi intervallo



Intervalli di credibilità ($1-\alpha=90\%$) delle componenti di errore m_{mv} O.F.
Ascissa = cod. ospedali Ordinata = estremi intervallo

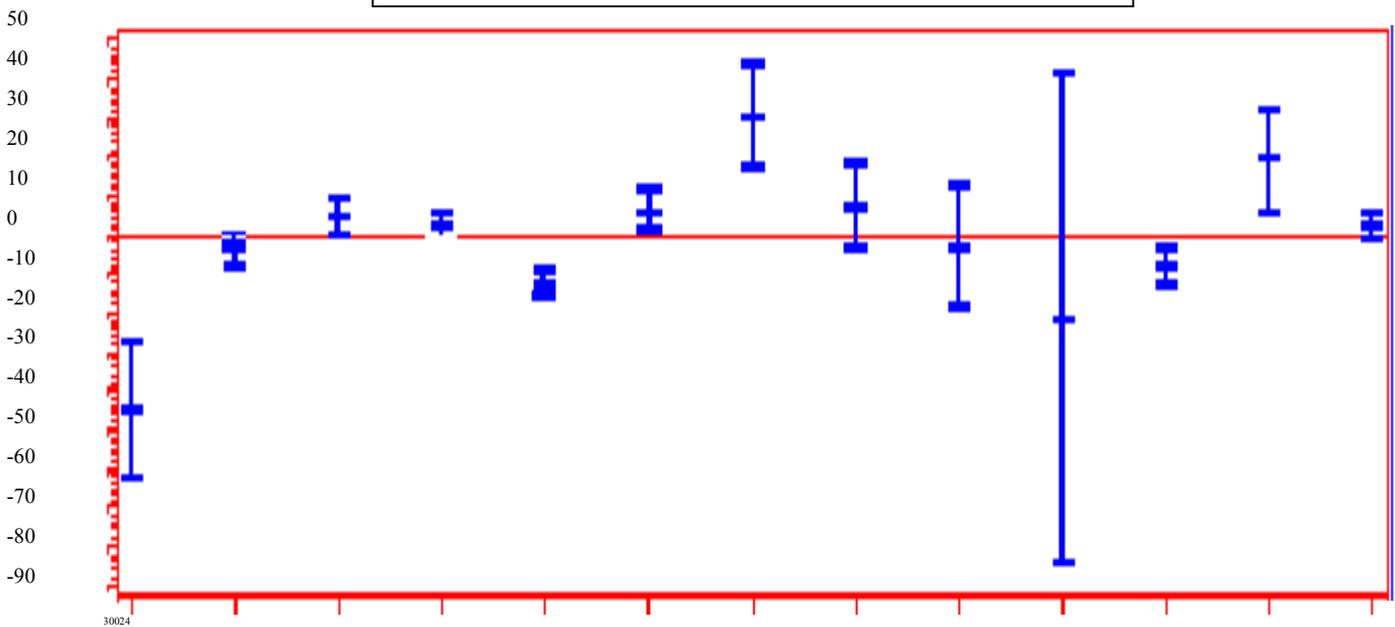


Figura 3 - Diabete

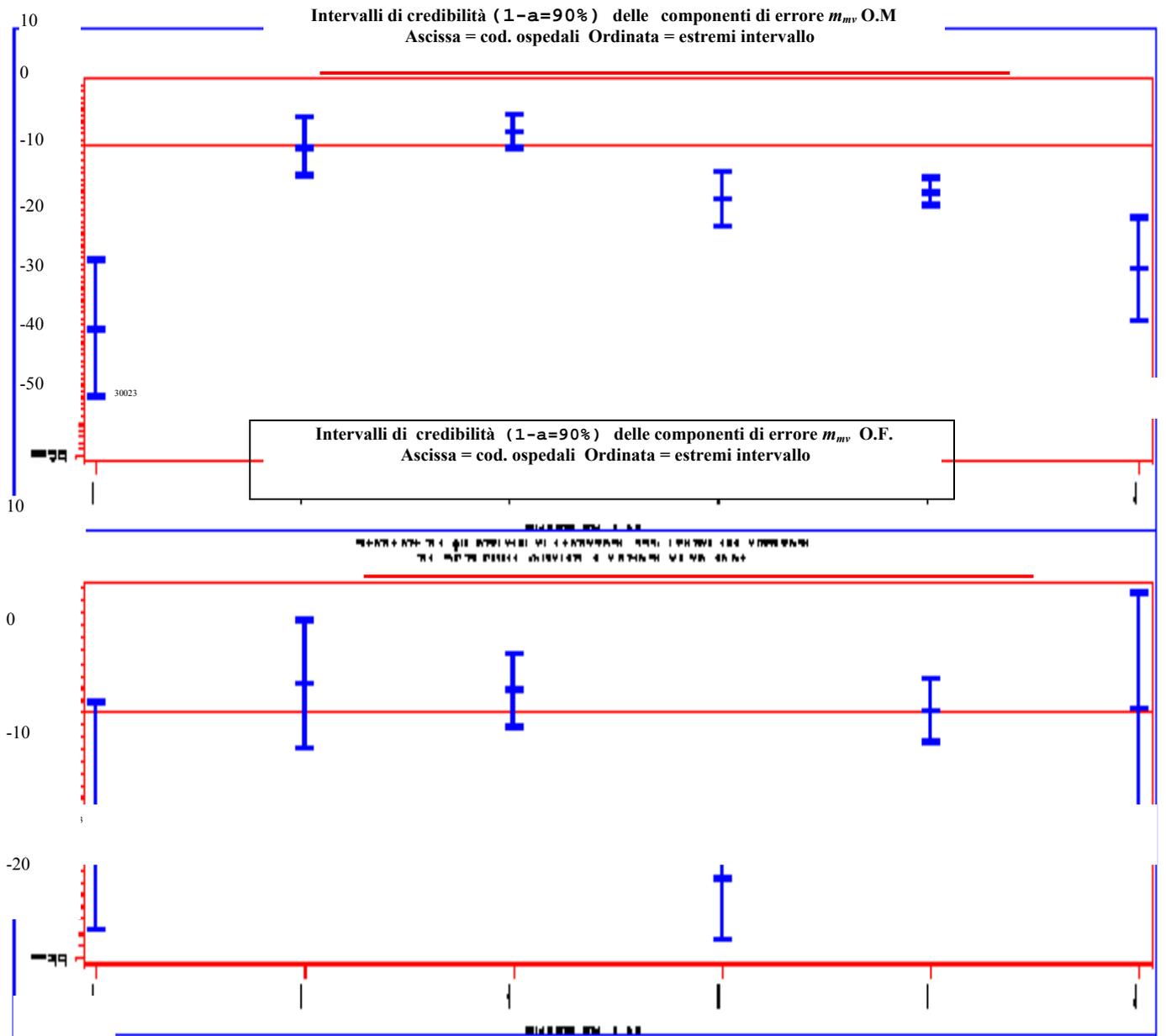
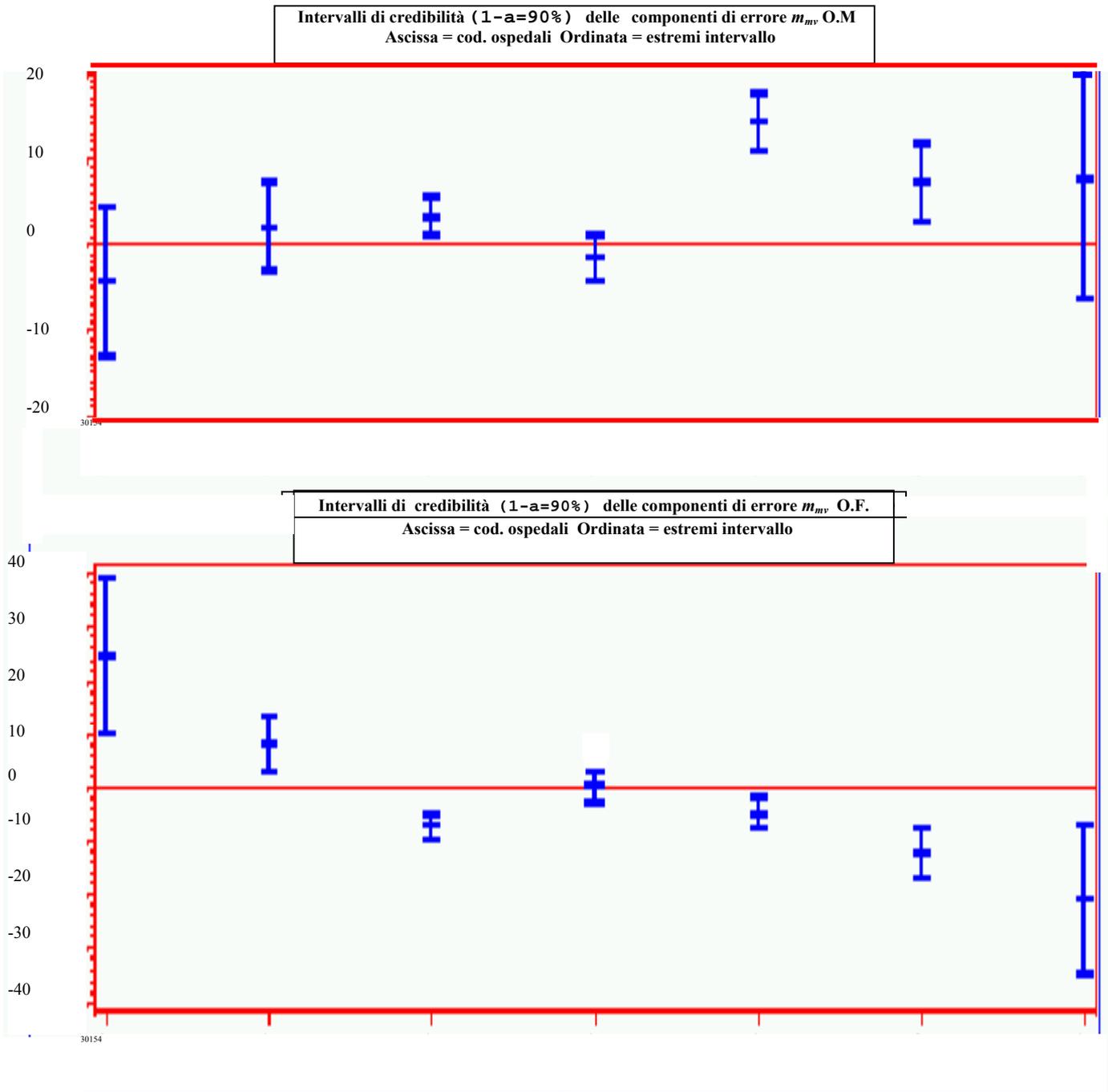


Figura 4 – Angina Pectoris -



6. Discussione dei risultati

I risultati sono stati ottenuti a partire da uno studio osservazionale. Perciò, prima di attribuire loro valore generale, occorre validarli attraverso studi basati su dati indipendenti da quelli utilizzati²³.

Ciò premesso si osservi innanzitutto dalla tabella 2 che i coefficienti delle variabili esplicative inerenti i pazienti. Non risultano significativi a segnalare che si ha a che fare con pazienti dalle caratteristiche pressoché simili soprattutto per età e gravità iniziale (si tratta di pazienti nel complesso cronici). Molto più rilevanti sono coefficienti relativi a strutture sanitarie, come si evince dalla tabella 3. Si constata innanzitutto che i coefficienti relativi a medesime variabili esplicative non differiscono solo tra differenti patologie ma anche tra outcome mentali e fisici della medesima patologia. E' evidente quindi che gli ospedali che raggiungono risultati migliori per gli outcome mentali hanno caratteristiche differenti da quelli che sono preferibili per gli outcome fisici. In questa linea per l'outcome mentale relativo al diabete migliori risultati sono raggiunti da ospedali con forte presenza di personale e non elevate dimensioni strutturali; per l'outcome fisico da ospedali di elevate dimensioni strutturali con presenza non elevata di medici.

Invece per ciò che concerne le due cardiopatie -insufficienza cardiaca e angina- i coefficienti relativi al "case mix" e al "numero dei posti letto" mostrano che i migliori risultati sono raggiunti da strutture ospedaliere di grandi dimensioni e bassa specializzazione, probabilmente per fenomeni di selezione della casistica²⁴. In particolare per l'outcome fisico la dimensione strutturale è ancora più importante mentre per l'outcome mentale prevalgono gli ospedali più adatti alla cura "non chirurgica".

Per ciò che concerne i confronti fra ospedali (tabelle 4-9 e figure 2,3,4) si osserva che, pur effettuando i confronti sulla base dell'ipotesi cautelativa indicata nel paragrafo 4, si individuano con nettezza gruppi a diversa efficacia. Secondariamente anche in questo caso i risultati sono diversi tra outcome mentali e fisici a segnalare di nuovo che essi individuano aspetti differenti dello stato di salute. In terzo luogo si notano ospedali con grandi intervalli di confidenza, il che significa che tali ospedali hanno una capacità di cura differente rispetto a persone con diverso stato di salute. L'utilizzo di modelli multilevel con la presenza di parametri di iterazione tra ospedali e caratteristiche individuali dei pazienti potrebbe permettere di cogliere tali differenze.

Perciò che concerne le singole analisi, per gli outcome mentali delle due cardiopatie, gli ospedali si suddividono in due gruppi l'uno con valori medi intorno allo zero, l'altro con valori negativi;

²³ Tali risultati sono comunque ritenuti plausibili all'analisi di esperti in sistemi sanitari quali quelli dell'equipe del prof. Pagano dell'università di Milano. Si ringrazia in particolare per la collaborazione il dottor Camillo Rossi.

²⁴ Le patologie cardiovascolari come angina e insufficienza cardiaca sono fortemente invalidanti da un punto di vista fisico e mentale, ma i pazienti con gravità relativa della condizione soggettiva medio-bassa possono rivolgersi alla maggior parte delle strutture per un'ottimizzazione del trattamento farmacologico con remissione drammatica della sintomatologia e un conseguente riflesso positivo sugli outcome considerati.

per gli outcome fisici si hanno invece tre gruppi in quanto ai due precedenti se ne aggiunge un terzo dai valori nettamente superiori alla media. Si osserva però che la composizione dei gruppi è completamente diversa tra outcome fisico e mentale: quasi nessun ospedale conserva la sua posizione nella graduatoria²⁵. Per il diabete invece le graduatorie sono simili per i due outcome; tuttavia l'outcome fisico mostra intervalli di confidenza molto più elevati a dimostrare una capacità di cura diversificata all'interno di ogni ospedale²⁶.

APPENDICE METODOLOGICA

Sia dato il modello (3) con le ipotesi (6) (I),(II),(III).

$$P(\boldsymbol{\alpha}) \propto \text{uniforme}(\ -\infty < \boldsymbol{\alpha} < +\infty) \quad (I)$$

$$P(\boldsymbol{\beta}) \propto \text{uniforme}(\ -\infty < \boldsymbol{\beta} < +\infty) \quad (II)$$

$$P(\boldsymbol{\Sigma}_e^{-1}) \propto \left| \boldsymbol{\Sigma}_e^{-1} \right|^{-(p+1)/2} \quad (III)$$

Data la non informatività delle distribuzioni a priori di $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ e $\boldsymbol{\Sigma}_e^{-1}$ (Zellner, 1971 p.242; Srivastava, Gilles, 1987 p.317; Gelman ed al., 1995 pp123-124,) si ha per la distribuzione congiunta a priori di $(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ e $\boldsymbol{\Sigma}_e^{-1})$:

$$P(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}_e^{-1}) = P(\boldsymbol{\alpha}) P(\boldsymbol{\beta}) P(\boldsymbol{\Sigma}_e^{-1}) \quad (A1)$$

e per la distribuzione a posteriori congiunta (Gelman ed al. 1995 pp127-129)

$$P(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}_e^{-1} / y) \propto P(\boldsymbol{\alpha}) P(\boldsymbol{\beta}) P(\boldsymbol{\Sigma}_e^{-1}) P(y / \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}_e^{-1}) \quad (A2)$$

Dalla (6) si evince che la funzione di verosimiglianza è:

$$P(y / \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}_e^{-1}) \propto \left| \boldsymbol{\Sigma}_e^{-1} \right|^{-n/2} k \exp(-r) \left\{ [(y - \boldsymbol{\alpha}Z - \boldsymbol{\beta}X) \boldsymbol{\Psi}_e^{-1} (y - \boldsymbol{\alpha}Z - \boldsymbol{\beta}X)]' \right\}^{\lambda/2} \quad (A3)$$

Da (A3), (I), (II),(III) si evince che la distribuzione a posteriori congiunta (A2) diviene:

$$P(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}_e^{-1} / y) \propto \left| \boldsymbol{\Sigma}_e^{-1} \right|^{[n-(p+1)]/2} k \exp(-r) \left\{ [(y - \boldsymbol{\alpha}Z - \boldsymbol{\beta}X) \boldsymbol{\Psi}_e^{-1} (y - \boldsymbol{\alpha}Z - \boldsymbol{\beta}X)]' \right\}^{\lambda/2} \quad (A4)$$

Nei modelli con componenti di errore correlate come il Sure (Srivastava, Gilles, 1987 pag. 12) si utilizzano come stime iniziali per giungere alle soluzioni finali le stime dei minimi quadrati generalizzati di $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ $\hat{\boldsymbol{\alpha}}, \hat{\boldsymbol{\beta}}$ che assume la seguente configurazione:

$$\left[\hat{\boldsymbol{\alpha}}, \hat{\boldsymbol{\beta}} \right] = \left[y \boldsymbol{\Psi}_e^{-1} Z' (Z \boldsymbol{\Psi}_e^{-1} Z')^{-1}, y \boldsymbol{\Psi}_e^{-1} X' (X \boldsymbol{\Psi}_e^{-1} X')^{-1} \right] \quad (A5)$$

²⁵Ad esempio per l'insufficienza cardiaca l'ospedale 30024, che è il migliore per l'O.M. è tra i peggiori per l'O.F.; il 30903 tra i peggiore per l'O.M. è tra i primi per l'O.F.; il 30910, che è nettamente il peggiore per la cura dell'O.M., ha un intervallo di confidenza elevatissimo per l'O.F. a segnalare in questo secondo caso una capacità differente di cura per malati di diversa gravità. Per l'angina gli ospedali 30902, 30906 e 30184 tra i migliori per l'O.M. risultano i peggiori per l'O.F.; l'ospedale 30154, il migliore tra gli O.F., non lo è tra gli O.M., mentre il 30913 mostra intervalli di confidenza affatto diversi nei due casi (elevatissimo per l'O.M.).

²⁶ Se si eccettua il peggioramento di posizione dell'ospedale 30902 di gran lunga il peggiore per l'O.F.

poiche' grazie alla (5) $\mathbf{X}\Psi_e^{-1}\mathbf{Z}'=0$ si ha:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}\Psi_e^{-1}\mathbf{Z}' & \mathbf{Z}\Psi_e^{-1}\mathbf{X}' \\ \mathbf{X}\Psi_e^{-1}\mathbf{Z}' & \mathbf{X}\Psi_e^{-1}\mathbf{X}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_\alpha & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}\Psi_e^{-1}\mathbf{Z}' & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{X}\Psi_e^{-1}\mathbf{X}' \end{pmatrix} \quad (\text{A6})$$

Si può a questo punto riesprimere la (A4) nella seguente forma equivalente ove sono esplicitati

$\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ e in cui la forma quadratica $(\mathbf{y}-\alpha\mathbf{Z}-\beta\mathbf{X})\Psi_e^{-1}(\mathbf{y}-\alpha\mathbf{Z}-\beta\mathbf{X})'$ e' espressa come traccia:

$$\mathbf{P}(\alpha, \beta, \Sigma_e^{-1} / \mathbf{y})_\alpha \left| \Sigma_e^{-1} \right|^{[n-(p+1)]/2} \quad (\text{A7})$$

$$k \exp(-r) \left\{ \text{tr}[(\mathbf{y}-\hat{\alpha}\mathbf{Z}-\hat{\beta}\mathbf{X})-(\alpha-\hat{\alpha})\mathbf{Z}-(\beta-\hat{\beta})\mathbf{X}]\Psi_e^{-1}[(\mathbf{y}-\hat{\alpha}\mathbf{Z}-\hat{\beta}\mathbf{X})-(\alpha-\hat{\alpha})\mathbf{Z}-(\beta-\hat{\beta})\mathbf{X}]' \right\}^{\lambda/2}$$

Definiti attraverso (A5), (A6):

$$\mathbf{q}_1 = (\mathbf{y} - \alpha\mathbf{Z} - \beta\mathbf{X}) = \mathbf{y} [\mathbf{I} - \Psi_e^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{Z}\Psi_e^{-1}\mathbf{Z}')^{-1}\mathbf{Z} - \Psi_e^{-1}\mathbf{X}'(\mathbf{X}\Psi_e^{-1}\mathbf{X}')^{-1}\mathbf{X}] \quad (\text{A8})$$

$$\mathbf{q}_2 = \hat{\alpha} - \alpha \quad (\text{A9})$$

$$\mathbf{q}_3 = (\hat{\beta} - \beta)\mathbf{X} \quad (\text{A10})$$

si osserva che per (5), (A5), (A6) si ha:

$$(\mathbf{y} - \alpha\mathbf{Z} - \beta\mathbf{X}) = \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3 \quad (\text{A11})$$

$$\mathbf{q}_1 \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' = \mathbf{y}\Psi_e^{-1}\mathbf{Z}'(\alpha - \hat{\alpha})' - \mathbf{y}\Psi_e^{-1}\mathbf{Z}'(\alpha - \hat{\alpha})' = \mathbf{0} \quad (\text{A12})$$

$$\mathbf{q}_1 \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' = \mathbf{y}\Psi_e^{-1}\mathbf{X}'(\beta - \hat{\beta})' - \mathbf{y}\Psi_e^{-1}\mathbf{X}'(\beta - \hat{\beta})' = \mathbf{0} \quad (\text{A13})$$

$$\mathbf{q}_2 \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' = (\hat{\alpha} - \alpha)\mathbf{Z}\Psi_e^{-1}\mathbf{X}'(\beta - \hat{\beta})' = \mathbf{0} \quad (\text{A14})$$

A questo punto, attraverso (A8)-(A14) la (A7) può essere riespressa nel seguente modo:

$$\mathbf{P}(\alpha, \beta, \Sigma_e^{-1} / \mathbf{y})_\alpha k \left| \Sigma_e^{-1} \right|^{[n-(p+1)]/2} \exp(-r) \left\{ \text{tr}[\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3] \Psi_e^{-1} [\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3]' \right\}^{\lambda/2} = \quad (\text{A15})$$

$$k \left| \Sigma_e^{-1} \right|^{[n-(p+1)]/2} \exp(-r) \left[\text{tr}(\mathbf{q}_1 \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_1' + \mathbf{q}_2 \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' + \mathbf{q}_3 \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3') \right]^{\lambda/2}$$

La traccia della somma di forme quadratiche che appare nella (A15) può essere espressa come somma di tracce (Basilevsky 1983, p.103). D'altra parte per le proprietà di una traccia di una forma quadratica si ha la seguente uguaglianza (Basilevsky 1983, p.187):

$$\text{tr}[\mathbf{q}_1 \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_1' + \mathbf{q}_2 \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' + \mathbf{q}_3 \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3']^{\lambda/2} = [\text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_1' \mathbf{q}_1) + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' \mathbf{q}_2) + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' \mathbf{q}_3)]^{\lambda/2} =$$

$$[\text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_1' \mathbf{q}_1) + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' \mathbf{q}_2) + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' \mathbf{q}_3)]^2 \text{tr}[(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_1' \mathbf{q}_1) + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' \mathbf{q}_2) + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' \mathbf{q}_3)]^{\lambda/2-2}$$

(A16)

Si consideri il primo termine della (A16)

Per le proprietà del prodotto di tracce (Basilevsky 1983, p104) si ha:

$$\begin{aligned}
& [\text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_1' \mathbf{q}_1) + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' \mathbf{q}_2) + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' \mathbf{q}_3)]^2 = \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_1' \mathbf{q}_1 \otimes \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_1' \mathbf{q}_1) + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' \mathbf{q}_2 \otimes \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' \mathbf{q}_2) \} + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' \mathbf{q}_3 \otimes \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' \mathbf{q}_3) + 2 \text{tr}(\Psi_e^{-1} (\mathbf{q}_1' \mathbf{q}_1 \otimes \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' \mathbf{q}_2)) \} + 2 \text{tr} \{ \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_1' \mathbf{q}_1 \otimes \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' \mathbf{q}_3 \} + 2 \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' \mathbf{q}_2 \otimes \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' \mathbf{q}_3) \quad (A17)
\end{aligned}$$

Si hanno in (A17) 6 prodotti di Kronecker tra un vettore colonna ed un vettore riga di dimensioni rispettivamente $(np,1)$ e $(1,np)$. In questo caso come facilmente si verifica e come è affermato in letteratura (Basilevisky 1983, p.88) il prodotto di Kronecker coincide con il prodotto tra i due vettori. La (A17) è perciò equivalente a:

$$\begin{aligned}
& \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_1' \mathbf{q}_1 \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_1' \mathbf{q}_1) + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' \mathbf{q}_2 \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' \mathbf{q}_2) + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' \mathbf{q}_3 \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' \mathbf{q}_3) \\
& + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_1' \mathbf{q}_1 \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' \mathbf{q}_2) + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_1' \mathbf{q}_1 \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' \mathbf{q}_3) + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' \mathbf{q}_2 \Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' \mathbf{q}_3) \quad (A18)
\end{aligned}$$

A questo punto grazie alla (A12),(A13),(A14) i doppi prodotti si annullano e si ottiene in (A17):

$$[\text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_1' \mathbf{q}_1) + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' \mathbf{q}_2) + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' \mathbf{q}_3)]^2 = \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_1' \mathbf{q}_1)^2 + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_2' \mathbf{q}_2)^2 + \text{tr}(\Psi_e^{-1} \mathbf{q}_3' \mathbf{q}_3)^2 \quad (A19)$$

Utilizzano un procedimento analogo a (A17)-A19) per le rimanenti $\lambda/2-2$ potenze in (A16) ed esplicitando $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3$ attraverso (A8), (A9), (A10) si ha in definitiva per (A4):

$$\begin{aligned}
& P(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \sum_e^{-1} / y) = P(\boldsymbol{\alpha} / \sum_e^{-1}, y) P(\boldsymbol{\beta} / \sum_e^{-1}, y) P(\sum_e^{-1} / y)_{\alpha} \\
& c \left| \sum_e^{-1} \right|^{(q+g)/2} \exp(-r) \left[(\boldsymbol{\alpha} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}) \mathbf{V}_{\alpha} (\boldsymbol{\alpha} - \hat{\boldsymbol{\alpha}})' \right]^{\lambda/2} c \left| \sum_e^{-1} \right|^{-g/2} \exp(-r) \left[(\boldsymbol{\beta} - \hat{\boldsymbol{\beta}}) \mathbf{V}_{\beta} (\boldsymbol{\beta} - \hat{\boldsymbol{\beta}})' \right]^{\lambda/2} \\
& c \left| \sum_e^{-1} \right|^{[n-(p+1+q+g)]/2} \exp [(-r) (\mathbf{y} - \hat{\boldsymbol{\alpha}} \mathbf{Z} - \hat{\boldsymbol{\beta}} \mathbf{X}) \Psi_e^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\boldsymbol{\alpha}} \mathbf{Z} - \hat{\boldsymbol{\beta}} \mathbf{X})']^{\lambda/2} \quad (A20)
\end{aligned}$$

con $c = \sqrt[k]{\quad}$ coefficiente di proporzionalità.

Da (A20) si evince che: $P(\boldsymbol{\alpha} / \boldsymbol{\beta}, \sum_e^{-1}, y) = P(\boldsymbol{\alpha} / \sum_e^{-1}, y), P(\boldsymbol{\beta} / \sum_e^{-1}, y)$ come deve essere, data la scambiabilità²⁷ dei parametri $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\beta}$. Si conclude che i due fattori della (A19), distribuzioni a posteriori condizionate di $\boldsymbol{\alpha}$ dato \sum_e^{-1} e $\boldsymbol{\beta}$ dato \sum_e^{-1} , sono distribuiti come multinormali di ordine λ . In situazione di mancanza di conoscenza su \sum_e^{-1} la si può sostituire con l'inversa della

²⁷ Se non sono disponibili informazioni differenti da quelle provenienti dai dati per distinguere i parametri e tali parametri non possono essere ordinati in gruppi si deve assumere simmetria tra loro nella distribuzione a priori. Questa simmetria è rappresentata statisticamente dalla scambiabilità. I parametri $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_p)$ sono scambiabili nella loro distribuzione congiunta $P(\alpha_1, \dots, \alpha_p)$ se questa è invariante rispetto alla permutazione degli indici $(1, \dots, p)$. Si ha: $P(\boldsymbol{\alpha} | \phi) = \prod_{j=1}^p P(\alpha_j | \phi)$ ove ϕ è parametro ignoto che governa la distribuzione della popolazione (Gelman ed al. (1995, pp.123-124)

matrice di varianza e covarianze campionarie S_e^{-1} , suo stimatore consistente nel caso asintotico (Srivastava, Giles 1987 p.318, Zellner 1971, p. 243).²⁸ Data l'ampiezza del campione che rappresenta più del 10% della popolazione degli ospedalizzati e la quasi totalità dei riospedalizzati che hanno risposto al primo questionario, ciò risulta possibile nel caso in questione.

APPENDICE 2

In termini operativi per ottenere distribuzioni e relativi parametri descritti nell'appendice 1 si opta per una strategia computazionale basata sui metodi Montecarlo Markov Chain (MCMC) che permette un'elevata flessibilità entro un ambito di analisi ben definito, con la possibilità di caratterizzare completamente le distribuzioni a posteriori dei parametri di interesse. In particolare si sceglie l'algoritmo del Gibbs-Sampling, metodo di integrazione stocastica che assegna probabilità ai parametri α e β .

A questo scopo si sviluppa un procedimento²⁹ atto a generare all'interno di un MCMC distribuzioni normali di ordine λ a partire dai dati osservati y Data una prima stima di α , β data da $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, ricavati mediante il metodo dei minimi quadrati generalizzati in (A5), si ottiene, attraverso (A20), una prima coppia di distribuzioni a posteriori $P(\alpha_{(0)} / \hat{\alpha}, y, \hat{S}_e^{-1})$ $P(\beta_{(0)} / \hat{\beta}, y, \hat{S}_e^{-1})$ normali d'ordine λ ove \hat{S}_e^{-1} è la prima stima di S_e^{-1} ottenuta a partire da y , $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$. Poiché i campioni di pazienti utilizzati derivano da popolazioni finite la cui numerosità è del medesimo ordine di grandezza dei campioni, S_e^{-1} è considerato parametro fisso ricavato dai dati, che cambia solo per il variare dei parametri α e β In questo modo nelle iterazioni del Gibbs sampling si effettua l'integrazione solo sui parametri α e β .

Al secondo passo del procedimento iterativo si ricavano $\alpha_{j1(1)}$ con probabilità $P(\alpha_{j1(1)} / \hat{\alpha}_{jk}, y, S_e^{-1(0)}; k=2, \dots, q)$ e $\beta_{j1(1)}$ con probabilità $(P(\beta_{j1(1)} / \hat{\beta}_{jl}, y, S_e^{-1(0)}; l=2, \dots, t_j))$; al terzo passo si estraggono $\alpha_{j2(1)}$ con probabilità $P(\alpha_{j2(1)} / \alpha_{j1(1)}, \hat{\alpha}_{jk(1)}, y, S_e^{-1(1)}; k=3, \dots, q)$ e $\beta_{j2(1)}$ con probabilità $P(\beta_{j2(1)} / \beta_{j1(1)}, \beta_{j1(1)}, y, S_e^{-1(1)}; l=j, \dots, t_j), \dots$; al $q+2$ -esimo passo si estraggono $\alpha_{j1(2)}$ con probabilità $P(\alpha_{j1(2)} / \alpha_{jk(1)}, y, S_e^{-1(1)}; k=2, \dots, q)$ e $\beta_{jb(2)}$ con probabilità $P(\beta_{jb(2)} / \beta_{ju(2)}, \beta_{jk(1)}, y, S_e^{-1(q)}; u=1, \dots, b-1, k=b+1, \dots, t_j; q > t_j)$ e così via finché il processo non converga. In questo caso il processo converge

²⁸ E' preferibile ricavare $P(\alpha / \sum_e^{-1}, y)$ piuttosto che $P(\alpha / y)$ in quanto in modelli con regressori diversi in ogni equazione tale distribuzione a posteriori non è definita in via analitica (Srivastava e Gilles 1987, pag. 318; Zellner 1971, pag.243).

²⁹ Nello specifico si è utilizzata la versione modificata della procedura di Box - Muller proposta in Chiodi (1995).

dopo 200000 iterazioni. ai parametri α , con probabilità $P(\alpha/y, S_e^{-1})$ e β con probabilità $P(\beta/y, S_e^{-1})$

b) Una volta ottenuti i campioni casuali, dalle “full conditional” si possono derivare tutte le sintesi necessarie per l’inferenza, direttamente dalla distribuzione generata³⁰. In particolare ricavata grazie al procedimento descritto la distribuzione $P(\alpha/y, S_e^{-1})$ attraverso la (7) mediante regressione dei minimi quadrati di α sulle variabili esplicative F si ottengono i parametri δ_{jw} e la distribuzione delle componenti di errore m_{jv} con relativi valori attesi ed intervalli di credibilità necessari per condurre l’analisi (Gellman ed al. 1995., pp 326-327).

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

ALBERT J, CHIB S. (1997). Bayesian tests and model diagnostics in conditionally independent hierarchical models *Journal of the American Statistical Association* 92, pp. 916-25.

APOLONE G., MOSCONI P., WARE J.E. (1997). *Questionario sullo stato di salute SF-36. Manuale d’uso e guida all’interpretazione dei risultati*, Guerini e Ass., Milano.

BASILEVISKY A. (1983). *Applied Matrix Algebra in the Statistical Sciences*, ed. North Holland; pp.156

BERNARDO J. M., SMITH A. F. M. (1993). *Bayesian Theory*. John Wiley and Sons, Chichester

BOX G.E.P. , TIAO G.C. (1973)*Bayesian inference in statistical analysis*. Addison Wesley Ed. ; Reading Massachusetts.

CHIODI M. (1995). Generation of pseudo-random deviates from a normal distribution of order p, *Statistica Applicata*, 1995, Vol. 7, pp. 401-416.

CHIODI M. (2000). Le curve normali di ordine p come distribuzioni di errori accidentali: una rassegna dei risultati e problemi aperti per il caso univariato e per quello multivariato, *Atti della XL Riunione Scientifica SIS, Firenze 26-28 Aprile 2000*, pp.289 - 300.

DE LEEUW, J. AND VAN RIJCKEVORSEL, J. (1980). Homals and Princals, Some Generalizations of Components Analysis, *Data Analysis and Informatics*, pp. 231-241.

GELMAN A., RUBIN D.B. (1992). A single series from the Gibbs sampler provides a false sense of security. In: *Bayesian Statistics 4*, JM Bernardo et. al (ed.) 625-631. Oxford University Press.

GELMAN A., CARLIN J.B., STERN H.S., RUBIN D.B. (1995). *Bayesian Data Analysis*, Chapman & Hall, London.

GERTLER P.J. (1988). A Latent-Variable Model of Quality determination *Journal of Business & Economic Statistics*, 1991, 9,3, pp. 241-252.

³⁰ Uno dei problemi pratici nell’applicazione del Gibbs sampling è quello della convergenza della distribuzione dei parametri nelle iterazioni alla distribuzione bersaglio, in particolare per la dipendenza del tasso di convergenza dal grado di correlazione tra i parametri. L’esistenza di correlazione tra i parametri tende a rallentare il processo di convergenza e a creare correlazione tra le successive iterazioni. Vari metodi sono stati proposti per risolvere tale problema, dall’utilizzo di riparametrizzazione (Hills e Smith, 1992), all’uso di parecchi differenti processi di Gibbs sampling che, sebbene partano dalle medesime stime iniziali producono (a causa della natura stocastica del processo) differenti stime dei parametri. Si è quindi prescelta, in questa seconda strada con differenti inizializzazioni del Gibbs sampling nelle esecuzioni parallele per diminuire ulteriormente la correlazione (Gelman e Rubin, 1992).

- GOLDSTEIN H., LEYLAND A.H. (2001). Further developments in Goldstein H., Leyland AH (eds.), *Multilevel Modelling of Health Statistics*, Wiley, New York, pp.175-186
- GOLDSTEIN H., SPIEGELHALTER D.J. (1996). League tables and their limitations: statistical issues in comparison of institutional performance, *Journal of the Royal Statistical Society, A*, 159, pp.385-443.
- GORI E., VITTADINI G. (1999). La valutazione dell'efficienza e dell'efficacia dei servizi alla persona. Impostazione e metodi, in *Qualità e Valutazione nei servizi di pubblica utilità*, Gori E., Vittadini G. (a cura di), Etas Libri, Milano, pp. 121-241.
- HEALY M.J.R. (2001). Multilevel Data and Their Analysis in Goldstein H., Leyland AH (eds.), *Multilevel Modelling of Health Statistics*, Wiley, New York, pp.1-12
- HILLS, SE, SMITH, AFM (1992). Parameterization issues in Bayesian inference. In: *Bayesian Statistics 4*, JM Bernardo et. al (ed.) ,227-246. Oxford University Press.
- JCAHO (2000) *Manuale di accreditamento*, www.jcaho.org.
- LANGFORD IH, LEWIS T, (1998). Outliers in multilevel data. *Journal of the Royal Statistical Society A* 161, pp. 121-60.
- LEE. S.Y., POON W.Y., BENTLER (1992). P.M.Structural Equation models with continous and polytomous variables, *Psychometrika*, 89-105.
- LEYLAND A.H ,BODDY A. (1998). League tables and acute myocardial infarction, *Lancet*, 351, pp. 555-558 ,
- MARSHALL E.C., SPIEGELHALTER D.J.(2001). Institutional Performance, in Goldstein H., Leyland AH (eds.), *Multilevel Modelling of Health Statistics*, Wiley, New York, pp.127-142.
- MCLEOD A. (2001). Multivariate Multilevel Models, in Goldstein H., Leyland AH (eds.), *Multilevel Modelling of Health Statistics*, Wiley, New York, pp.59-74.
- MORRIS C.N., CHRISTIANSEN C.L. (1996). Hierarchical models for ranking and for identifying extremes, with applications. In: Bernardo JO, Berger JO, Dawid, AP, AFM (eds) *Bayesian Statistics 5*. Oxford University Press, pp. 277-97.
- MUTHEN B.(1984). A general structural equation model with dichotomous, ordered categorical, and continous latent variable indicators, *Psychometrika*, 49, pp.115-132.
- MUTHEN B. SPECKART (1985). Latent Variable Probit ANCOVA:Treatment Effects In the California Civil Addict Programme, *British Journal of Mathematical and statistical psychology*, pp. 38, 161-170
- NORMAND S.L.T., GLICKMAN M.E.,RYAN TJ.(1995). Modelling mortality rates for elderly heart attack patients: profiling hospitals in the co-operative cardiovascular project.In GatsonisC.. ed al. (Eds) *Case studies in Bayesian Statistics*, Springer-Verlag, New York, pp.435-456.
- OPIT.L.J. (1993). The measurement of Health Sevice Outcomes, in Opit L.J. *Oxford textbook of Health care*, Londra, p.10
- RICE N., LEYLAND A. (1996). Multilevel models: applications to health data, *Journal of Health Services Research and Policy*,1, pp.154-164
- RICHARDSON S.,GREEN PJ (1997). On Bayesian analysis of mixtures with an unknown number of components, *Journal of the Royal Statistical Society B*59, pp.731-792.
- SRIVASTAVA V.K., GILES D.E.A. (1987). *Seemingly Unrelated Regression Equations Models*, Marcel Dekker, New York.
- THOMAS N., LONGFORD N.T., ROLPH J.E.(1994). Empirical Bayes Methods for estimating hospital-specific mortality rates, *Statistics in Medicine*, 13, pp.889-903

- VITTADINI G. (1988). On the validity of the indeterminate latent variables in the Lisrel Model, *Communications in statistics A*, pp. 861-864.
- VITTADINI G. (1999). Analysis of qualitative variables in structural models with unique solutions, in *Classification and Data Analysis – Theory and Application*, Vichi M., Opitz O. (eds.), Springer Verlag, pp. 203-210.
- VITTADINI G. (2000). On the use of Multivariate Regression models in the context of Multilevel Analysis, in *Advances in Classification and Data Analysis*, Borra S., Rocci R., Vichi M., Schader M. (eds.), Springer Verlag, pp.225-232.
- YOUNG, F. (1981). Quantitative Analysis of Qualitative data, *Psychometrika*, 46, pp. 357-388.
- ZELLNER A.(1971). *An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics*, Wiley, New York.

Riassunto

In questo lavoro si propone una metodologia per lo studio dell'efficacia relativa delle strutture sanitarie sotto condizioni generali ove a) alcuni risultati dipendono simultaneamente dagli indicatori qualitativi e quantitativi osservati; b) la distribuzione dei componenti di errori si allontana dalla normalità; c) non si hanno informazioni a priori a riguardo della distribuzione dei parametri casuali che misurano l'efficacia relativa delle strutture sanitarie. A questo scopo si usa il modello multivariato SURE in un'ottica multilevel. Le soluzioni sono ricavate attraverso metodi di inferenza bayesiana. La metodologia proposta è sperimentata per uno studio sull'efficacia relativa di ospedali lombardi.