Flessibilità nella valutazione di investimenti e scomposizione di indici globali

servizio a cura di Enrico Moretto*

1. Introduzione

La selezione degli investimenti in base ad un qualche criterio che misuri la loro profittabilità è, da sempre, un argomento di cruciale importanza sia in ambito finanziario che aziendale.

Il paradigma di riferimento per la valutazione della convenienza ad intraprendere un investimento si fonda, com'è noto, sulla determinazione ed attualizzazione del valore netto generato dai flussi, in entrata ed in uscita, che lo caratterizzano. Un criterio di scelta deve sia essere in grado di dire al decisore se un investimento è economicamente vantaggioso, sia permettere al decisore stesso di operare una scelta tra più investimenti alternativi tra di loro, definendo un ordinamento. Ipotesi implicita in questo criterio è che un investimento, una volta attivato, viene mantenuto in essere senza alcuna possibilità di modifica fino al suo termine effettivo.

Un corposo filone di ricerca in questo campo va sotto il nome di teoria delle opzioni reali. Per un quadro d'insieme su caratteristiche e potenzialità di questa metodologia si può fare riferimento, tra i numerosi altri, al testo di Dixit e Pindyck (1994) mentre per una discussione critica si veda il recente lavoro di Marzo (2007).

In estrema sintesi, analizzare un investimento sfruttando la metodologia delle opzioni reali equivale a determinarne la convenienza economica considerando anche l'impatto di un certo grado di flessibilità nella gestione dell'investimento stesso, una volta che questo è stato attivato o ancor prima del suo inizio. La possibilità di modificare la struttura dell'investimento, ovviamente solo qualora questa risulti conveniente, equivale a poter esercitare un'opzione inserita in modo implicito all'interno dell'investimento stesso. Per flessibilità nella gestione dell'investimento si intende poter apportare cambiamenti quali:

- il differimento, quando è possibile rimandare il momento d'inizio di un investimento in attesa di condizioni economiche o di mercato più vantaggiose,
- l'espansione o la contrazione, quando è possibile, una volta iniziato, modificare la scala dell'investimento,
- la sospensione temporanea, quando è possibile arrestare per un certo intervallo di tempo lo svolgersi dell'investimento senza che questo ne comprometta una ripresa futura e
- la sospensione definitiva o l'abbandono, quando esiste la possibilità di chiudere definitivamente ed irreversibilmente l'investimento prima del suo termine inizialmente previsto.

L'approccio delle opzioni reali non è, però, esente da critiche. Mentre per le opzioni finanziarie e, più in generale, per i titoli derivati esistono mercati regolamentati sui quali questi vengono quotidianamente scambiati, garantendone così la corretta valutazione, questa opportunità non esiste per un'opzione reale. Viene così a mancare una delle ipotesi fondamentali sulle quali si basano i modelli di valutazione dei titoli derivati. Di conseguenza non vi è alcuna garanzia che le formule usuali, quale per esempio quella di Black e Scholes (1973), forniscano valori attendibili per la determinazione del valore di opzioni di natura non finanziaria.

Questo lavoro propone una metodologia in grado di superare tale critica, in quanto per la valutazione della componente di flessibilità non è richiesta alcuna formula esplicita. La determinazione dell'impatto della flessibilità è delegata alla soluzione di un problema di ottimizzazione. In particolare, verrà analizzato il caso di abbandono anticipato di un investimento.

Il lavoro è strutturato come segue; la sezione 2 introduce le nozioni di Valore Attuale Netto (VAN) e di *Adjusted Present Value* (APV), il criterio di scelta per investimenti ad essi collegato e la metodologia per ottenerne una scomposizione in contributi di periodo, come sviluppata da Peccati (1987). La sezione 3 presenta una nuova metodologia per la valutazione di investimenti. La sezione 4 presenta un esempio numerico mentre la sezione 5 riassume e conclude.

2. Valore attuale netto e scomposizione di indici globali

Dato un investimento con flussi di cassa, presenti e futuri, certi

flussi	$-a_0$	a_1	...	a_n
scadenze	0	1	...	n

e supposto che un decisore abbia a disposizione una ricchezza iniziale v_0 sufficiente a coprire l'esborso iniziale a_0, una volta fissato il costo opportunità del capitale i, ovvero il tasso annuo (per semplicità ipotizzato costante) a cui è possibile, per il decisore stesso, investire alternativamente la propria ricchezza, si definisce Valore Attuale Netto (VAN) dell'operazione la funzione di i

$$(1) \quad G(i) = -a_0 + \sum_{l=1}^{n} \frac{a_l}{(1+i)^l}$$

Come noto -per esempio Castagnoli e Peccati (2002)-, il VAN misura la variazione, in positivo come in negativo, di ricchezza che l'investimento comporta per il decisore, qualora questi decida di intraprenderlo. La (1) permette di enunciare il

> **Criterio di scelta del VAN**: per un investitore con costo opportunità del capitale i e sufficiente ricchezza iniziale, un investimento è conveniente se $G(i) > 0$. In caso contrario l'investimento non deve essere intrapreso.

Qualora la ricchezza a disposizione non sia sufficiente per intraprendere l'investimento, ovvero se $v_0 < a_0$, è possibile per il decisore indebitarsi di un ammontare $f_0 = a_0 - v_0$, impegnandosi a rimborsare tale prestito mediante il pagamento di flussi futuri f_l tali che[1] $f_l \leq a_l$ per $l=1, \dots, n$. I flussi f_l vengono calcolati tenendo in considerazione la remunerazione, al tasso annuo d'indebitamento j, dell'ammontare prestato. Deve cioè valere la condizione iniziale di chiusura

$$f_0 = \sum_{l=1}^{n} \frac{f_l}{(1+j)^l}$$

Per quanto segue, serve anche ricordare che il debito residuo D_l, $l=1, \dots, n$, del finanziamento viene determinato mediante la relazione ricorsiva $D_{l+1} = D_l \cdot (1+j) - f_l$, dove $D_0 = f_0$ e, ovviamente, $D_n = 0$.
Definito con

$$2) \quad \Gamma(i) = -a_0 + f_0 + \sum_{l=1}^{n} \frac{a_l - f_l}{(1+i)^l} = G(i) + f_0 - \sum_{l=1}^{n} \frac{f_l}{(1+i)^l}$$

l'*Adjusted Present Value* (APV) dell'investimento considerando anche il finanziamento si può ora enunciare il

> **Criterio di scelta dell'APV**: per un investitore con costo opportunità del capitale i che può finanziarsi ad un tasso annuo di indebitamento j, un investimento è conveniente se $\Gamma(i) > 0$.
> In caso contrario l'investimento non deve essere intrapreso.

Si può facilmente mostrare che se i è maggiore (minore) di j allora $\Gamma(i)$ è maggiore (minore) di $G(i)$.
Peccati (1987) ha fatto notare come VAN ed APV, raggruppando flussi e scadenze in un unico valore numerico, siano indici troppo sintetici. Tale sinteticità è molto utile in termini applicativi, in quanto rende elementare scegliere se attivare o meno l'investimento usando uno dei due criteri riportati sopra. Tuttavia può comportare, come si mostrerà in seguito, la perdita di opportunità d'investimento vantaggiose che vengono viste dai criteri di VAN e APV come non profittevoli.
Partendo da questi presupposti, Peccati stesso ha proposto una metodologia per scomporre VAN ed APV in **contributi di periodo**, indicati rispettivamente con g_l^{VAN} e g_l^{APV}, $l = 1, \dots, n$. Tali quantità, attualizzate ad oggi, denotano quanto VAN, o APV, viene prodotto, se positive, o distrutto, se negative, dall'investimento nel periodo $[l-1; l]$. Questa scomposizione, per essere coerente, deve garantire che siano comunque verificate le due uguaglianze[2]:

$$G(i) = \sum_{l=1}^{n} g_l^{VAN} \text{ per il VAN e } \Gamma(i) = \sum_{l=1}^{n} g_l^{VAN} \text{ per l'APV.}$$

Alla definizione di contributo di periodo si giunge introducendo la nozione di **capitale residuo** (o *outstanding capital*) w_l, $l=0, 1, \dots, n$, dell'investimento. Questa grandezza indica il valore di mercato (o di dismissione) dell'investimento, al tempo l, può essere considerata come la nozione speculare del debito residuo per un finanziamento ed introduce una dimensione ulteriore nella valutazione dell'investimento in quanto non viene considerata in (1) e (2) ma risulta essenziale per l'uso del criterio esteso presentato nella sezione 3.
Alla scadenza iniziale 0, il valore residuo dell'investimento è necessariamente uguale al prezzo pagato per attivare l'investimento stesso, ovvero $w_0 = a_0$. Al termine dell'investimento, ovvero in n, tale valore deve invece essere $w_n = 0$, dato che l'investimento ha completato la sua vita utile e non possiede quindi alcun valore residuo ulteriore.
Peccati definisce il generico contributo di periodo dell'investimento per il VAN come

$$3) \quad g_l^{VAN} = \frac{a_l + w_l - (1+i)w_{l-1}}{(1+i)^l}, \quad l = 1, \dots, n$$

Il tasso $r_l = \dfrac{a_l + w_l - w_{l-1}}{w_{l-1}}$ misura il rendimento uni-periodale r_l dell'investimento dalla scadenza $l-1$ alla scadenza l e permette di riscrivere la (3) come

$$g_l^{VAN} = \frac{(r_l - i) \cdot w_{l-1}}{(1+i)^l}, \quad l = 1, \dots, n$$

che, in questa forma, richiama il modo nel quale viene scritto l'*Economic Value Added* così come proposto da Stewart (1991). Il generico contributo di periodo è positivo, e quindi contribuisce alla creazione di ricchezza misurata dal VAN, quando $a_l + w_l \geq (1+i)w_{l-1}$ ovvero se $r_l \geq i$.
In altre parole l'investimento genera ricchezza tra $l-1$ ed l se il suo valore complessivo in l, ottenuto sommando al flusso di cassa a_l il valore residuo dell'investimento w_l, è maggiore di quanto si otterrebbe ceden-

do per un importo w_{l-1} l'investimento alla scadenza $l-1$ ed investendo w_{l-1} per un periodo al costo opportunità del capitale. Quindi $g_l>0$ se e solo se all'investitore conviene continuare l'investimento al tempo $l-1$ anziché disfarsene.
Il contributo di periodo dell'APV è invece composto da due addendi: quello dovuto al capitale proprio g e quello che invece deriva dal capitale di debito g_l^D. Le relative espressioni sono

$$g_l^P = g_l^{VAN} + \frac{D_{l-1}}{(1+i)^l} \cdot \left[\frac{(1+i)w_{l-1} - a_l + w_l}{w_{l-1}} \right] = g_l^{VAN} + \frac{D_{l-1}}{(1+i)^l} \cdot (i-r_l)$$

e

$$g_l^D = \frac{D_{l-1}}{(1+i)^l} \cdot \left[\frac{a_l + w_l - (1+j)w_{l-1}}{w_{l-1}} \right] = \frac{D_{l-1}}{(1+i)^l} \cdot (r_l - j)$$

Il contributo periodale complessivo dell'APV è

$$g_l^{APV} = g_l^P + g_l^D = g_l^{VAN} + \frac{D_{l-1}}{(1+i)^l} \cdot (i - j).$$

Da questo si deduce che un finanziamento fornisce un contributo positivo alla creazione di ricchezza se il costo opportunità di capitale è maggiore del tasso di indebitamento. In questo caso, all'investitore conviene usare il capitale di terzi per intraprendere l'investimento, tenendo il capitale proprio investito al costo opportunità i, lucrandone la differenza.
Sopra si era detto che la conoscenza dei singoli contributi di periodo permette di analizzare un progetto di investimento in maniera più puntuale. Può capitare, infatti, che VAN o APV siano positivi anche in presenza di contributi di periodo negativi. In questo caso può essere vantaggioso trovare un modo per eliminare i periodi con contributi negativi, ottenendo così un VAN o APV dell'investimento maggiore. Similmente operazioni con VAN o APV negativi possono avere contributi di periodo positivi; eliminando i periodi con contributi negativi, l'operazione potrebbe avere VAN, o APV, positivi e diventare profittevole. Alla luce di queste osservazioni si articola la sezione 3, che contiene il contributo originale dell'articolo, ovvero l'estensione dei criteri del VAN e dell'APV.

■ 3. Un'estensione del criterio del Valore attuale netto

Come si è già detto nell'introduzione, una delle ipotesi implicite nei criteri di scelta presentanti nella sezione 2 è ritenere l'investimento come non modificabile: una volta attivato, tale investimento giunge a termine senza che sia possibile alcuna variazione nel numero o nell'importo dei flussi di cassa che genera. Sfruttando, ora, la metodologia di scomposizione proposta da Peccati, viene introdotta un'estensione dei criteri del VAN e dell'APV che permette di cogliere eventuali vantaggi dovuti alla flessibilità derivante dalla dismissione anticipata di un'operazione finanziaria. Si supponga che un investimento possa essere ceduto in una scadenza $k \leq n$ al prezzo w_k. Se si definisce con[3]

$$4) \qquad \overline{G_k}(i) = \sum_{l=1}^{k} g_l = -a_0 + \sum_{l=1}^{k} \frac{a_l}{(1+i)^l} + \frac{w_k}{(1+i)^k}$$

la somma dei primi k contributi di periodo, si nota, dapprima, che $\overline{G_n}(i)=G(i)$ e, poi, che è possibile risolvere, al variare di k, il problema

$$5) \qquad \max_{k \in \{1,\dots,n\}} \overline{G_k}(i)$$

Posta k^* la scadenza che rende massima la (4) e nella quale va interrotto l'investimento, si possono estendere i criteri di VAN e APV:

Criterio di scelta basato sulla scomposizione del VAN: per un investitore con costo opportunità del capitale i e sufficiente ricchezza iniziale, un investimento è conveniente se, una volta risolto il problema (5), risulta che $\overline{G_{k^*}}(i)>0$.

Criterio di scelta basato sulla scomposizione dell'APV: per un investitore con costo opportunità del capitale i che può finanziarsi ad un tasso annuo di indebitamento j, un investimento è conveniente se, una volta risolto il problema (5), risulta che $\overline{G_{k^*}}(i)>0$.

La differenza, sempre positiva o al più nulla, $\overline{G_{k^*}}(i) - G(i)$ indica l'incremento del valore dell'investimento, in termini di VAN o di APV, quando sia possibile e conveniente una sua dismissione anticipata.
I criteri estesi permettono di accettare come vantaggiosi investimenti considerati non profittevoli dai criteri del VAN o dell'APV, dato che può verificarsi che $G(i)<0$ e che $\overline{G_{k^*}}(i)>0$. Inoltre la differenza

$$\overline{G_{k^*}}(i) - G(i) = -a_0 + \sum_{l=1}^{k^*} \frac{a_l}{(1+i)^l} + \frac{w_{k^*}}{(1+i)^{k^*}} + a_0 - \sum_{l=1}^{n} \frac{a_l}{(1+i)^l} = \frac{w_{k^*}}{(1+i)^{k^*}} - \sum_{l=k^*+1}^{n} \frac{a_l}{(1+i)^l}$$

indica che il vantaggio nell'abbandono anticipato dell'investimento equivale alla sostituzione dei flussi in entrata residui incassati a partire dalla scadenza ottima k^* e fino alla fine dell'investimento con il valore di mercato dell'investimento stesso alla medesima scadenza.
Da un certo punto di vista quest'ultima osservazione è banale in quanto è la traduzione in termini matematici di una regola di buon senso. Ancora una volta, tuttavia, questa indica come gli indicatori globali non riescano a rappresentare correttamente la flessibilità implicita in una opportunità d'investimento che il decisore può sfruttare durante la vita dell'investimento stesso.
In conclusione di questa sezione giova far notare come i due tipi di criteri di scelta siano tra di loro profondamente diversi. Il primo (VAN/APV) è di tipo dicotomico in quanto dice, solamente, se intraprendere o meno un investimento.
Il secondo (VAN/APV esteso) fornisce anche la scadenza ottima nella quale interrompere l'investimento.

4. Un esempio numerico

Si consideri l'investimento

flussi	*-100*	*30*	*25*	*30*	*40*
scadenze	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*

che viene valutato al costo opportunità del capitale $i = 0.1$. Se la ricchezza a disposizione dell'investitore è $v0 \geq 100$, l'operazione viene valutata in termini di VAN ottenendo

$$G(0.1) = -100 + \frac{30}{1.1} + \frac{25}{1.1^2} + \frac{30}{1.1^3} + \frac{40}{1.1^4} = -2.206$$

risultando non conveniente.

Si supponga che gli *outstanding capital* relativi all'investimento siano $w_0=100$, $w_1=70$, $w_2=50$, $w_3=40$ e $w_4=0$. Applicando la (3) si ottengono come contributi di periodo rispettivamente $g_1 = \frac{30+70-100 \times 1.1}{1.1} = -9.091$, $g_2 = \frac{25+50-70 \times 1.1}{1.1^2} = -1.653$, $g_3 = \frac{35+40-50 \times 1.1}{1.1^3} = 11.27$ e $g_4 = \frac{40+0-40 \times 1.1}{1.1^4} = -2.732$. Usando ora la (4) si determinano $\overline{G}_1(0.1) = -9.091$, $\overline{G}_2(0.1) = -9.091 - 1.653 = -10.744$, $\overline{G}_3(0.1) = -10.744+11.27=0.526$ e $\overline{G}_4(0.1) = G(0.1) = 0.526-2.732= -2.206$. Il valore massimo si ha quando $k^*=3$. Essendo poi $\overline{G}_3(0.1)$ positivo, arrestare l'investimento alla scadenza 3 rende l'operazione profittevole. Per di più il valore della flessibilità è $\overline{G}_4(0.1) - G(0.1)=0.526-(-2.206)=2.732$ che è, in valore assoluto, uguale al quarto ed ultimo contributo di periodo, ovvero quello che viene scartato a seguito della chiusura anticipata dell'investimento.

5. Conclusioni

Il presente lavoro introduce un'estensione ai tradizionali criteri di scelta basati sull'attualizzazione dei flussi generati da un investimento e permette di valutarne la convenienza in un'ottica di flessibilità che non può essere altrimenti colta. I risultati qui presentati sono in ambito deterministico e discreto e vanno visti come un incoraggiante punto di partenza per una successiva analisi, i cui sviluppi, data la presenza nel criterio esteso di un problema di ottimizzazione, saranno da ricercare considerando il caso continuo e, soprattutto, quello aleatorio.

note

L'autore ringrazia Michele Impedovo e Guido Osimo per i preziosi suggerimenti.

[1] Questa condizione evita che ci siano flussi netti futuri, calcolati cioè sottraendo scadenza per scadenza al flusso in entrata quello in uscita, negativi. Nel caso qualche flusso lo fosse sarebbe necessario ricorrere ad un ulteriore finanziamento. Per evitare di appesantire la notazione si preferisce non consentire questa possibilità sebbene, qualora questa si verificasse, la logica di calcolo ed il criterio resterebbero i medesimi.

[2] Per la dimostrazione si rimanda al lavoro di Peccati.

[3] Qui g_l indica sia g_l^{VAN} che g_l^{APV}.

Bibliografia

- Black F. e M. Scholes: The Pricing of Options and Corporate Liabilities - The **Journal of Political Economy**, Vol. 81 N. 3, 1973
- Castagnoli E. e L. Peccati: Matematica in azienda. Vol. 1: **Calcolo finanziario con applicazioni** - EGEA, Milano, 2002
- Dixit A.K. e R.S Pindyck: **Investment under Uncertainty** - Princeton University Press, 1994
- Marzo G.: Opzioni reali: oltre la valutazione - **Analisi Finanziaria**, 64, 2007
- Peccati L.: DCF e risultati di periodo - Atti XI Convegno Amases, Aosta 1987
- Stewart G.B.: **The quest for value** - Harper Collins Publisher, 1991