

LE PROVE INVALSI DI MATEMATICA

VII Seminario "I dati INVALSI: uno strumento
per la ricerca e la didattica"

a cura di
Patrizia Falzetti

FrancoAngeli 



INVALSI PER LA RICERCA
STUDI E RICERCHE



INVALSI PER LA RICERCA

La collana Open Access INVALSI PER LA RICERCA si pone come obiettivo la diffusione degli esiti delle attività di ricerca promosse dall'Istituto, favorendo lo scambio di esperienze e conoscenze con il mondo accademico e scolastico.

La collana è articolata in tre sezioni: "Studi e ricerche", i cui contributi sono sottoposti a revisione in doppio cieco, "Percorsi e strumenti", di taglio più divulgativo o di approfondimento, sottoposta a singolo referaggio, e "Rapporti di ricerca e sperimentazioni", le cui pubblicazioni riguardano le attività di ricerca e sperimentazione dell'Istituto e non sono sottoposte a revisione.

Direzione: Roberto Ricci

Comitato scientifico:

- Tommaso Agasisti (Politecnico di Milano);
- Gabriella Agrusti (Università LUMSA, sede di Roma);
- Cinzia Angelini (Università Roma Tre);
- Giorgio Asquini (Sapienza Università di Roma);
- Carlo Barone (Istituto di Studi politici di Parigi);
- Maria Giuseppina Bartolini (Università di Modena e Reggio Emilia);
- Giorgio Bolondi (Libera Università di Bolzano);
- Francesca Borgonovi (OCSE•PISA, Parigi);
- Roberta Cardarello (Università di Modena e Reggio Emilia);
- Lerida Cisotto (Università di Padova);
- Alessandra Decataldo (Università degli Studi Milano Bicocca);
- Patrizia Falzetti (INVALSI);
- Michela Freddano (INVALSI);
- Martina Irsara (Libera Università di Bolzano);
- Paolo Landri (CNR);
- Bruno Losito (Università Roma Tre);
- Annamaria Lusardi (George Washington University School of Business, USA);
- Alessia Mattei (INVALSI);
- Stefania Mignani (Università di Bologna);
- Marcella Milana (Università di Verona);
- Paola Monari (Università di Bologna);
- Maria Gabriella Ottaviani (Sapienza Università di Roma);
- Laura Palmerio (INVALSI);
- Mauro Palumbo (Università di Genova);
- Emmanuele Pavolini (Università di Macerata);
- Donatella Poliandri (INVALSI);
- Arduino Salatin (Istituto Universitario Salesiano di Venezia);
- Jaap Scheerens (Università di Twente, Paesi Bassi);
- Paolo Sestito (Banca d'Italia);
- Nicoletta Stame (Sapienza Università di Roma);
- Gabriele Tomei (Università di Pisa);
- Roberto Trincherò (Università di Torino);
- Matteo Viale (Università di Bologna);
- Assunta Viteritti (Sapienza Università di Roma);
- Alberto Zuliani (Sapienza Università di Roma).

Comitato editoriale:

Andrea Biggera; Nicola Giampietro; Simona Incerto; Francesca Leggi; Rita Marzoli (coordinatrice); Daniela Torti.



OPEN ACCESS la soluzione FrancoAngeli

Il presente volume è pubblicato in open access, ossia il file dell'intero lavoro è liberamente scaricabile dalla piattaforma **FrancoAngeli Open Access** (<http://bit.ly/francoangeli-oa>).

FrancoAngeli Open Access è la piattaforma per pubblicare articoli e monografie, rispettando gli standard etici e qualitativi e la messa a disposizione dei contenuti ad accesso aperto. Oltre a garantire il deposito nei maggiori archivi e repository internazionali OA, la sua integrazione con tutto il ricco catalogo di riviste e collane FrancoAngeli massimizza la visibilità, favorisce facilità di ricerca per l'utente e possibilità di impatto per l'autore.

Per saperne di più: [Pubblica con noi](#)

I lettori che desiderano informarsi sui libri e le riviste da noi pubblicati possono consultare il nostro sito Internet: www.francoangeli.it e iscriversi nella home page al servizio "[Informatemi](#)" per ricevere via e-mail le segnalazioni delle novità.

LE PROVE INVALSI DI MATEMATICA

VII Seminario "I dati INVALSI: uno strumento
per la ricerca e la didattica"

a cura di
Patrizia Falzetti



FrancoAngeli 

Le opinioni espresse in questi lavori sono riconducibili esclusivamente agli autori e non impegnano in alcun modo l'Istituto. Nel citare i contributi contenuti nel volume non è, pertanto, corretto attribuirne le argomentazioni all'INVALSI o ai suoi vertici.

La cura redazionale ed editoriale del volume è stata realizzata da Francesca Leggi.

Copyright © 2024 by FrancoAngeli s.r.l., Milano, Italy & INVALSI – Istituto Nazionale per la Valutazione del Sistema educativo di Istruzione e di formazione.

L'opera, comprese tutte le sue parti, è tutelata dalla legge sul diritto d'autore ed è pubblicata in versione digitale con licenza Creative Commons Attribuzione-Non Commerciale-Non opere derivate 4.0 Internazionale (CC-BY-NC-ND 4.0)

L'Utente nel momento in cui effettua il download dell'opera accetta tutte le condizioni della licenza d'uso dell'opera previste e comunicate sul sito
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.it>

Indice

Introduzione di <i>Patrizia Falzetti</i>	pag. 7
1. Maestra, ma qui cosa vuol dire? Considerazioni linguistiche sui quesiti INVALSI di Matematica per la scuola primaria di <i>Chiara Saletti, Ivan Graziani</i>	» 9
2. La lingua delle prove INVALSI di Matematica di grado 8 di <i>Ottavio G. Rizzo</i>	» 37
3. Focus sui concetti di variabile, parametro e incognita di alcuni quesiti INVALSI di <i>Giada Viola</i>	» 46
4. Gli errori in Matematica: un confronto tra i cicli TIMSS 2015 e TIMSS 2019 nella scuola secondaria di I grado di <i>Francesco Annunziata</i>	» 57
5. I pensieri degli insegnanti sull'origine degli errori nei test INVALSI di quinta primaria di Matematica di <i>Annarita Monaco, Barbara Balconi, Ottavio G. Rizzo</i>	» 79
Gli autori	» 97

5. I pensieri degli insegnanti sull'origine degli errori nei test INVALSI di quinta primaria di Matematica

di Annarita Monaco, Barbara Balconi, Ottavio G. Rizzo

Cosa pensano gli insegnanti (di Matematica della quinta primaria) delle proprie pratiche didattiche relative ai test INVALSI? Nel 2020, un gruppo misto di ricercatori in pedagogia, didattica della Matematica e dell'Informatica, e insegnanti-ricercatori ha ideato e somministrato un questionario (N=526 docenti rispondenti) per esplorare l'atteggiamento verso le prove INVALSI e, in particolare, sull'origine degli errori dei propri alunni.

In questo contributo intendiamo presentare un'analisi riferita solo a 4 item del questionario sopracitato (3, 9, 15, 20), che presentano una struttura analoga, volti a indagare le ragioni possibili della distribuzione delle risposte degli alunni nei test INVALSI.

Nello specifico sono state prese in esame le 121 risposte narrative fornite dai docenti che hanno scelto di non selezionare una delle risposte chiuse formulate dai ricercatori sulle ragioni della distribuzione delle risposte degli alunni, ma hanno deciso di ipotizzare *ex novo*, nel campo aperto "altro", altre spiegazioni.

La metodologia utilizzata per l'analisi delle risposte aperte consiste nella creazione di tag, rappresentativi di tre possibili cause degli errori commessi dagli studenti: la didattica del docente, la formulazione del quesito INVALSI e le ragioni attribuibili a una mancata comprensione dell'item da parte dello studente.

L'analisi delle risposte aperte dei docenti evidenzia una tendenza alla devoluzione di responsabilità rispetto agli errori commessi dagli alunni, sottolineando la necessità di proporre interventi formativi che possano sostenere le progettazioni di azioni didattiche maggiormente consapevoli.

What do (5th grade Mathematics) teachers think of the relationship of their didactical practices and the standardized INVALSI tests? In 2020, a

mixed research group of researchers in pedagogy, math education and computer science education, together with teacher-researchers, designed and administered a questionnaire (N=526 teachers) to explore teachers' attitude on INVALSI tests and, in particular, on the origin of the mistakes of their students.

In this paper, we present the results of the analysis of four items (3, 9, 15, 20) of the aforementioned questionnaire that, with a common structure, investigate the possible reasons of the distribution of pupils' answers in INVALSI tests. In particular, we analyze the 121 narrative answers given by those teachers that elected not to select one of the closed answers provided by the research group on the possible reasons of pupils' answers, but rather to explain with their own words, in the open "other" field, the possible reasons.

The methodology used to analyze the open answers consists in the creation of a set of three tags representative of three different possible reasons for students' mistakes: the teacher's praxeology, the way the INVALSI item was written, and reasons that relate to the student misunderstanding the item.

The analysis of teachers' open answers highlights the tendency of teachers to devolve the responsibility of errors towards their pupils, thus underlining the necessity of formative interventions that could foster the design of more knowledgeable teaching practices.

1. Introduzione

Il presente contributo si inserisce nei lavori dell'Osservatorio "Didattica e saperi disciplinari" della SIRD (Società Italiana di Ricerca Didattica), volti a promuovere il dialogo fra il mondo della ricerca didattica e quello della didattica delle discipline, al fine di offrire contributi interessanti nel dibattito scientifico sulla formazione docente e sullo sviluppo professionale.

In questo scenario si è costituito, nel 2020, un gruppo misto di ricercatori in Pedagogia, Didattica della Matematica e dell'Informatica, insegnanti-ricercatori, che ha condiviso il comune obiettivo di indagare atteggiamenti e convinzioni dei docenti in merito ai test INVALSI.

A questo proposito il gruppo di ricerca ha messo a punto, e poi somministrato, un questionario a 526 docenti di classe quinta primaria, che risiedono e lavorano in varie regioni del territorio nazionale.

La rilevazione ha avuto come obiettivi principali quelli di indagare:

- la relazione tra le prove di Matematica INVALSI e i processi di insegnamento e apprendimento della Matematica in classe, con particolare riferimento alle pratiche didattiche adottate dagli insegnanti;

- le concezioni emergenti rispetto alle cause degli errori degli studenti nei test;
- i possibili utilizzi delle prove nella didattica quotidiana.

L'azione dei ricercatori è animata dall'intento di identificare possibili bisogni formativi dei docenti, a livello nazionale, e proporre linee guida per promuovere un uso consapevole delle prove e dei risultati che ne derivano, nelle pratiche didattiche quotidiane di Matematica.

Il questionario somministrato ai docenti, e già ampiamente descritto in diverse pubblicazioni (Arzarello e Ferretti, 2021; Truffelli e Vannini, 2021; Vaccaro, Faggiano e Ferretti, 2021; Rizzo *et al.*, 2021), è costituito da tre sezioni: la prima riguarda l'insegnamento della Matematica, ovvero come gli insegnanti interpretano gli item INVALSI e i loro risultati; la seconda sezione è volta a indagare convinzioni e atteggiamenti degli insegnanti rispetto ai test e come questi ultimi si riversano nelle pratiche di insegnamento; la terza sezione, invece, si compone di domande riguardanti la formazione professionale dei docenti, oltre che relative a dati personali e di contesto.

Prima di procedere con l'analisi di alcuni item del questionario – oggetto principale dell'indagine qui presentata – si riporta in forma sintetica quanto rilevato attraverso gli item della terza sezione (dati anagrafici e informazioni di contesto) al fine di definire le caratteristiche del campione dei docenti rispondenti:

- il 95% dei rispondenti è di genere femminile;
- il 68% dei rispondenti ha ricevuto un invito a compilare il questionario dalla propria scuola e in particolare dal proprio Dirigente scolastico, i rimanenti hanno ricevuto l'invito dal gruppo di ricerca o tramite passaparola;
- il 71% dei rispondenti insegna in Piemonte o Emilia-Romagna (che insieme costituiscono il 15% della popolazione italiana), il rimanente è distribuito nelle altre regioni italiane;
- il 90% dei rispondenti sono insegnanti di ruolo;
- il 21% dei rispondenti partecipa attivamente alla vita scolastica (RAV, Nucleo di valutazione, INVALSI).

2. Oggetto di ricerca

Il seguente contributo prende in esame la prima sezione del questionario e approfondisce l'analisi di quei quesiti che mirano a indagare la consapevolezza che gli insegnanti hanno dell'origine degli errori dei propri studenti, considerandoli come una potenziale risorsa per ripensare la pratica didattica e un passaggio utile per costruire processi di apprendimento significativi per gli alunni.

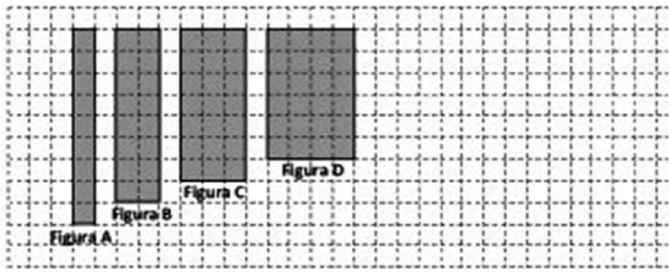
Per fare questo sono stati selezionati solo quegli item che richiedevano al docente di ipotizzare la ragione della percentuale di distribuzione delle risposte degli studenti al test INVALSI, scegliendo tra alcune opzioni già presenti, ideate dai ricercatori, oppure argomentando una nuova ragione in un campo libero.

Gli item del questionario oggetto di indagine sono quindi stati 3, 9, 15, 20 e presentano la struttura che segue:

- riproposizione dell'immagine del quesito INVALSI nella sua formulazione originaria (nella domanda 3 è stato riproposto l'item INVALSI D3 del grado 6 del 2012; nella domanda 9 l'item D3 del grado 6 del 2012; nella domanda 15 l'item D25 del grado 6 del 2012; nella domanda 20 l'item D31 del grado 5 del 2016);
- presentazione delle percentuali della distribuzione delle risposte degli alunni a livello nazionale;
- richiesta di individuare il motivo (prevalente) della distribuzione delle risposte degli alunni scegliendo tra alcune risposte chiuse, selezionate dal gruppo di ricerca, e una voce "altro", per permettere ai docenti di esplicitare le loro idee.

A titolo esemplificativo si riportano i quesiti del questionario che sono divenuti oggetto di indagine all'interno del contributo, con le relative percentuali di scelta di ciascuna risposta da parte dei docenti.

Osserva la seguente sequenza di figure:



a. Disegna accanto alla Figura D, nello spazio quadrettato, la figura successiva della sequenza.

b. Quale tra le seguenti affermazioni è vera?

- A. Le aree delle figure restano sempre uguali
- B. Le aree delle figure raddoppiano a ogni passaggio
- C. I perimetri delle figure restano sempre uguali
- D. I perimetri delle figure aumentano a ogni passaggio

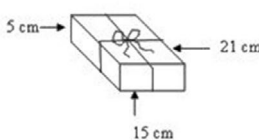
Fig. 1 – Aree e perimetri

Item 3 – L'85,8% degli alunni ha risposto correttamente all'item a, e solo il 35,7 % risponde correttamente C all'item b; quasi altrettanti scelgono la risposta D.

Secondo te, questo è dovuto prevalentemente a (scegli un motivo)

Gli alunni non leggono con attenzione il testo	34%
Gli alunni non conoscono bene le formule per l'area e per il perimetro	2%
Gli alunni si lasciano ingannare dalla figura	33%
Gli alunni pensano che, se aumenta l'area aumenta anche il perimetro	21%
Altro	10%

Alessandra acquista un libro all'ipermercato; a casa prepara un pacchetto simile a questo:



Quanti cm di nastro ha usato in tutto, sapendo che per fare il fiocco ne sono serviti 30 cm?

A. 41.

B. 71.

C. 112.

D. 122.

Fig. 2 – Il pacchetto regalo

Item 9 – La percentuale di risposte corrette (opzione “D”) a livello nazionale è stata del 14,7%.

Perché, secondo te, il quesito è risultato così difficile?

Scegli al più due tra le seguenti opzioni. Seleziona tutte le voci applicabili.

Perché gli alunni non hanno sufficiente capacità di visualizzazione spaziale	60%
Perché non hanno fatto abbastanza attività manipolative	32%
Perché non hanno compreso la consegna	14%
Perché hanno sbagliato i calcoli	8%
Perché non leggono il testo con attenzione	19%
Perché pensano solo a fare le operazioni	15%
Altro	7%

(Il totale è superiore a 100% perché potevano essere scelte fino a due opzioni.)

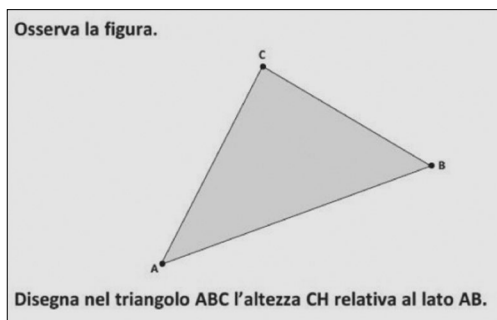


Fig. 3 – L'altezza del triangolo

Item 15 – Solo il 51,5% degli alunni di quinta scuola primaria ha risposto correttamente al quesito.

Secondo te questo è dovuto prevalentemente a:

Gli alunni non leggono il testo con attenzione	8%
Gli alunni non conoscono bene la definizione di altezza di un triangolo	21%
Gli alunni si lasciano ingannare dalla figura	29%
Gli alunni pensano che l'altezza debba essere verticale	35%
Altro	7%

Le caraffe che vedi in figura sono uguali.
La caraffa F contiene 280 ml di acqua.
La caraffa G contiene 125 ml di acqua.

Caraffa F Caraffa G

a. Quanta acqua contiene la caraffa F più della caraffa G?
Risposta: ml

b. Anna aggiunge 100 ml di acqua nella caraffa F e 100 ml di acqua nella caraffa G.
La differenza tra la quantità di acqua contenuta nella caraffa F e quella contenuta nella caraffa G cambia?
Scegli l'affermazione corretta.

A. Sì, cambia perché si aggiunge acqua nelle due caraffe

B. Sì, cambia perché la caraffa F contiene 380 ml di acqua e la caraffa G ne contiene 225 ml

C. No, non cambia perché si aggiunge nelle due caraffe la stessa quantità di acqua

D. No, non cambia perché le due caraffe sono uguali

Fig. 4 – Le caraffe

Il 50,1% degli alunni ha risposto correttamente (opzione “C”) all’item “b”, ma il 26,8% ha scelto l’opzione “B”.

Secondo te, questo è dovuto prevalentemente a:

Gli alunni non leggono il testo con attenzione	28%
Il testo del quesito è troppo complesso per gli alunni	9%
Il testo del quesito fa scattare in loro automatismi legati alla parola differenza	41%
Il testo della risposta confonde gli alunni su quanto chiesto nel quesito	12%
Gli alunni eseguono la sottrazione e sbagliano il calcolo	1%
Altro	9%

Diviene rilevante analizzare cosa i docenti hanno inserito nel campo libero “altro”, non utilizzando quindi le risposte chiuse fornite dal questionario, ma proponendo una risposta narrativa per dettagliare le proprie motivazioni rispetto all’origine degli errori degli studenti. Questa scelta è guidata dall’intento da un lato di valorizzare il pensiero dei docenti che hanno inserito un commento volutamente “diverso”, ma anche dall’intercettare un osservatorio più ampio di quelle che sono le concezioni dei docenti, relative alle origini degli errori degli studenti.

Le risposte fornite sull’item “altro” non sono particolarmente numerose, si tratta di 121 risposte così suddivise: 34 all’item 3, 27 all’item 9, 27 all’item 15 e 33 all’item 20. Sebbene il risultato non sia significativo da un punto di vista quantitativo, costituisce un *corpus* testuale interessante da analizzare da un punto di vista qualitativo; non solo, come già indicato, per avere informazioni rispetto alle diverse concezioni dei docenti sugli errori degli studenti, ma anche per valutare eventuali omissioni del gruppo di ricerca nella messa a punto delle opzioni di risposte chiuse fornite all’interno del questionario.

Prima di prendere in esame quali misconcezioni o ostacoli possono essere rilevati a partire dall’analisi delle risposte fornite dai docenti negli item selezionati, è possibile formulare una considerazione generale: come già evidenziato da Vaccaro, Faggiano e Ferretti (2021) risulta rilevante la frequenza con cui i docenti selezionano come possibile ragione degli errori commessi dagli studenti l’incomprensione del testo da parte degli stessi.

Questo dato conferma quella che Weiner (1985) ha rilevato come tendenza, per chi è spettatore di un fenomeno – in questo caso il docente – ad attribuire le cause di un possibile errore all’attore e alla sua responsabilità; quindi, in questo caso agli alunni. Rende, anche, evidente un bisogno formativo in termini di conoscenze specifiche di didattica della Matematica e di pratiche didattiche, che facciano della comprensione del testo, un oggetto,

anche, dell'insegnamento della Matematica. Questa questione sarà ulteriormente approfondita nelle conclusioni del contributo.

3. La metodologia di analisi

Nell'analisi del *corpus* testuale generato dalle risposte dei docenti all'opzione "altro", il sottogruppo di ricerca composto da una pedagoga, un didatta della Matematica e un'insegnante ricercatrice ha concordato nel non presupporre una categorizzazione chiusa delle risposte, costruendo in itinere una possibile classificazione. Questa scelta è stata dovuta, almeno parzialmente, alla necessità di aprire il ventaglio delle possibili cause di errore scelte a priori nella costruzione del questionario. La procedura seguita è stata strutturata in più cicli di analisi, ciascuno composto da un'analisi individuale del *corpus* dei dati testuali da parte dei tre ricercatori coinvolti, seguita da una discussione collettiva volta alla ridefinizione delle categorie su cui impostare un nuovo ciclo di analisi.

In particolare, riguardo al quesito dell'item 3 (figura 1), in aggiunta alle risposte prefissate 1-4 sono state create nove nuovi descrittori possibili di cause presunte come segue:

Opzioni già presenti nel questionario:

- 1) gli alunni non leggono con attenzione il testo;
- 2) gli alunni non conoscono bene le formule per l'area e per il perimetro;
- 3) gli alunni si lasciano ingannare dalla figura;
- 4) gli alunni pensano che, se aumenta l'area aumenta, anche il perimetro.

Possibili altre cause degli errori degli studenti, ipotizzate a partire dalla prima lettura del *corpus* di testo prodotto dalle risposte "altro", fornite dai docenti:

- gli alunni non sanno applicare le formule;
- gli alunni non verificano concretamente le ipotesi formulate rispetto alla relazione tra perimetro e area;
- gli alunni fanno confusione fra area e perimetro;
- gli alunni non fanno attività pratiche di Geometria;
- gli alunni hanno problemi linguistici nella comprensione della consegna;
- gli alunni non hanno pratica con questo tipo di esercizio;
- il quesito è difficile; gli alunni si arrendono subito;
- gli alunni hanno fretta di rispondere;
- gli alunni non *leggono* con attenzione la figura.

Una simile classificazione, che cerca di categorizzare ogni singola risposta ottenuta, è stata ritenuta inutile al fine di un'analisi scientifica dei dati.

Questa modalità di analisi, infatti, si è mostrata immediatamente poco funzionale a un accordo condiviso tra i ricercatori, a causa dell'importante grado di interpretazione possibile delle cause nominate dai docenti. A questo proposito, si mostra, attraverso un esempio, la difficoltà di codifica delle risposte con l'utilizzo dei nuovi descrittori: un docente, infatti, ha inserito alla voce "altro" nell'item 3 «gli alunni osservano superficialmente le figure e fanno riferimento a stereotipi studiati»; un ricercatore ha inserito tale affermazione nella categoria 3, precedentemente ipotizzata nel questionario, ma è al contempo giustificabile, per gli altri due ricercatori, la creazione della categoria 1 per la codifica della frase in oggetto.

Tale criticità nel procedere ha portato i ricercatori a elaborare, al termine del secondo ciclo di analisi, una nuova categorizzazione, sviluppando un'ontologia dell'origine dell'errore basata sulla teoria degli ostacoli didattici di Brousseau (1983).

La classificazione ipotizzata dai ricercatori per codificare le cause degli errori degli studenti, descritte nelle risposte "altro", fornite dai docenti, è stata quindi la seguente:

- alunni (A): l'errore è legato a un ostacolo ontogenetico del singolo alunno. La responsabilità dell'errore è devoluta allo studente che è disattento, non legge con attenzione, fa confusione su concetti *ovvii* che sono stati ben spiegati dal docente e ben recepiti dal *resto* della classe;
- didattica (D): l'errore deriva da un ostacolo didattico. Per esempio, perché non sono state mai fatte attività di questo tipo, o perché agli alunni sono sempre state presentate situazioni stereotipate;
- INVALSI (I): l'errore deriva da una domanda poco chiara, o fuori tema, o che presuppone attività che non è corretto presumere siano state fatte in classe. Questa categoria, pur non essendo sovrapponibile con gli ostacoli epistemologici, soddisfa però il principio di devoluzione dell'errore verso l'esterno del contesto classe.

Qualora, all'interno di una risposta del docente, fossero state identificate due cause, è stato assegnato il tag riferito alla causa prevalente – dal ricercatore – all'interno della risposta.

Per la codifica ci si è basati solo su quanto scritto esplicitamente dai docenti. Per esempio, quando i docenti hanno usato espressioni come "non sono abituati" o "non si sono esercitati", l'attribuzione di causa assegnata è stata *Didattica*, perché entrambi questi verbi rimandano a un'abitudine o a un esercizio realizzato con il docente; quando i docenti hanno usato termini come "non ragionano" o "non leggono", l'attribuzione di causa assegnata è stata *Alunni*, perché entrambi questi verbi rimandano a un'azione dell'alunno.

Il terzo ciclo di tagging ha portato a una discussione finale fra i tre autori per le poche risposte in cui la categorizzazione individuale non era unanime, con l'obiettivo di creare consenso rispetto all'individuazione della causa presunta.

4. Discussione dei risultati

Nel presente paragrafo saranno presentati e discussi i risultati della codifica, effettuata dai ricercatori, delle risposte descrittive fornite dai docenti. Nella tabella 1 è stato riportato il riassunto degli esiti.

Tab. 1 – Distribuzione dei tag alunni/didattica/INVALSI sulle risposte analizzate

	<i>Alunni</i>	<i>Didattica</i>	<i>INVALSI</i>	<i>Totale risposte analizzate</i>	<i>Percentuale sul totale</i>
Item 3	19	11	4	34	6,5%
Item 9	8	7	12	27	5,1%
Item 15	9	17	1	27	5,1%
Item 20	21	9	3	33	6,3%

Notiamo subito che quesiti diversi hanno sollecitato risposte diverse: in parte questo è dovuto al fatto che pochi insegnanti hanno risposto “altro” in più item, in parte alla diversa natura dei quesiti.

La codifica più frequente è “alunni”, infatti, compare come maggiormente selezionata dai ricercatori negli item 3 e 20; “didattica” è la codifica più ricorrente nell’item 15; mentre “INVALSI” nell’item 9.

Nel caso di quest’ultimo, i docenti, in molte risposte, evidenziano difficoltà – anche contrapposte! – nella lettura dell’immagine. Si riportano alcuni esempi di risposta descrittiva, fornita nel campo “altro”:

- il disegno non indica bene quali sono le misure delle varie dimensioni;
- le frecce non indicano con precisione a quale dimensione si riferiscono;
- perché le frecce indicano gli angoli;
- perché a prima vista le frecce indicano gli angoli.

Le risposte fornite dagli insegnanti rispetto all’individuazione delle cause dell’errore dell’item 9 circoscrivono, nella maggior parte dei casi (12 risposte su 27) il problema al disegno proposto nel quesito, nello specifico all’uso delle frecce che non indicherebbero con chiarezza a quali dimensioni ci si riferisca. Tali affermazioni richiamano una certa tendenza dei docenti nel considerare poco chiari i quesiti proposti nei test INVALSI o, talvolta, dalle caratteristiche insolite per il contesto scolastico italiano.

Rispetto alla “non adeguatezza” dei quesiti INVALSI si riportano anche i seguenti esempi di risposta descrittiva fornita dai docenti:

- argomento di terza media;
- necessita di tempo, calma e tranquillità; per molti bambini risulta difficile;
- il ragionamento richiede troppi passaggi.

La risoluzione dell’item è percepita dai docenti come “lontana” dalle possibilità degli alunni. Le convinzioni presentate hanno alimentato e alimentano nei docenti delle resistenze nella ricerca di “codici di collegamento” possibili nell’utilizzo di quanto segnalato da una rilevazione di tipo esterno (INVALSI), e il processo didattico quotidiano (Pagani e Pastori, 2016); ma anche nella possibilità di utilizzo delle prove come un’occasione per la scuola di attivare una riflessione critica su processi e modelli di insegnamento-apprendimento e su processi e modelli di valutazione.

Anche nelle risposte fornite dai docenti nell’item 15 viene richiamata una “distanza” tra quanto richiesto dal quesito INVALSI e quanto viene proposto a scuola.

In questo caso la causa categorizzata come più frequente è “didattica”, infatti, nelle risposte dei docenti vengono sollevate interessanti riflessioni sulle pratiche didattiche quotidiane (dei colleghi?).

Nel campo “altro” compaiono le seguenti affermazioni:

- molti docenti presentano le figure geometriche in “posizioni” fisse e stereotipate;
- gli alunni hanno esercitato poche volte il disegno dell’altezza in figure date;
- gli alunni non sono abituati a lavorare sul concetto di perpendicolarità con riga e squadra;
- gli alunni hanno esercitato poche volte il disegno dell’altezza in figure date.

Tali risposte rilevano la consapevolezza, da parte dei docenti, del ruolo che la didattica può rivestire nella creazione di misconcezioni su alcuni concetti matematici, come per esempio, l’altezza, in questo caso di un triangolo: se disposta non in verticale, l’altezza non è riconosciuta come tale.

All’interno di una ricerca condotta da D’Amore e collaboratori si sottolinea la responsabilità degli insegnanti nella costruzione di tale misconcezione, attraverso l’uso di figure presentate in modo standard, utilizzo per altro incoraggiato anche dalle immagini presenti sui libri di testo.

In questo modo si sostiene il radicamento dell’apprendimento di una caratteristica accessoria dell’altezza, come la verticalità, trascurando, invece, una caratteristica fondante come la perpendicolarità (D’Amore *et al.*, 2008).

Se l’insegnante disegna solo triangoli in posizione “standard” come quello mostrato in figura 5 nell’alunno si rinforza la confusione tra le caratteristiche intrinseche del concetto di altezza con le caratteristiche accessorie, parassite, come, per esempio la verticalità.

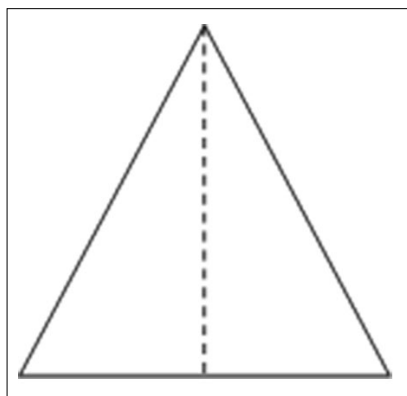


Fig. 5 – Triangolo con altezza tratteggiata, in posizione standard

In altre parole, l'esempio di altezza (verticale) relativa al lato orizzontale di un triangolo (fig. 5), essendo proposto spesso e in differenti occasioni, funziona come modello primitivo e l'alunno fa riferimento a esso nello svolgimento di esercizi analoghi (Zan e Baccaglini-Frank, 2017). Notiamo inoltre come gli insegnanti, nelle risposte descrittive, sollevino una questione relativa alla scarsa pratica concreta di disegno nell'apprendimento di concetti di Geometria. Si sottolinea, quindi, la presenza di una didattica della Matematica poco orientata al “fare” dei bambini, all'utilizzo di strumenti di lavoro utili, quali riga e squadra, ma piuttosto all'imparare concetti, in situazioni “standard” create da docente e da libri di testo.

Nell'item 20 le risposte dei docenti hanno mostrato che sarebbe stato necessario aggiungere come possibile ragione degli errori degli studenti una risposta sull'utilizzo delle proprietà delle operazioni. Tale necessità è stata citata in 14 risposte su 33.

I docenti, attraverso affermazioni differenti, fanno un richiamo esplicito e frequente all'errata applicazione della proprietà invariantiva e al fatto che tale proprietà non venga, ancora una volta, sperimentata nella pratica:

- dipende se hanno interiorizzato l'applicazione pratica della proprietà invariantiva;
- dipende se hanno lavorato sulla proprietà invariantiva in concreto;
- non mettono in pratiche le regole legate alle proprietà della sottrazione, dando per scontato che basta calcolare;
- dipende quanto si sia lavorato con la proprietà invariantiva con applicazione pratica;
- spesso gli alunni non sanno applicare nel concreto le proprietà delle operazioni (in questo caso la proprietà invariantiva della sottrazione).

Dalla categorizzazione dei ricercatori, l'attribuzione della causa di errore nelle risposte descrittive dei docenti ricade su "alunni", infatti i docenti dichiarano che sono gli alunni che non riescono ad applicare la proprietà invariante in situazioni pratiche.

Ancora una volta si assiste al fenomeno di devoluzione della responsabilità dell'errore, non considerando come la difficoltà degli alunni nell'applicazione e nell'utilizzo della proprietà invariante possa essere posta in relazione al lavoro didattico del docente nella presentazione di tale conoscenza. Nelle risposte descrittive dei docenti compare l'espressione "mettere in pratica la proprietà o le regole", non si fa cenno alla possibilità e all'importanza – a fronte della distribuzione di risposte fornite dagli alunni descritta dal quesito del questionario – di indagare la reale comprensione della proprietà in oggetto, anche attraverso esperienze didattiche concrete e significative. Inoltre, si fa riferimento a una presunta "interiorizzazione", della proprietà stessa, non a una possibile manifestazione osservabile della comprensione della stessa, sottolineando nuovamente l'attribuzione di responsabilità degli alunni, non evidenziando un margine di azione possibile da parte del docente.

Partendo dalle difficoltà degli alunni nel rispondere correttamente al quesito proposto sarebbe interessante andare a esaminare le pratiche didattiche dei docenti, ascrivendo quindi il possibile ostacolo tra quelli di natura didattica (D'Amore *et al.*, 2008). La distribuzione delle risposte degli alunni riportata nell'item fa pensare che poche volte – nella pratica didattica in Matematica della scuola – le proprietà delle operazioni vengano fatte utilizzare per risolvere quesiti reali, come potrebbe essere, per esempio, il contesto del problema delle caraffe, che, se ben compreso, potrebbe fornire al docente un osservatorio interessante per valutare la comprensione degli alunni, per esempio, della proprietà invariante. Le affermazioni dei docenti rispetto alle origini della distribuzione delle risposte all'item 3 "Aree e perimetri", dove viene richiesto all'alunno di mettere in relazione il concetto di area e perimetro, sono estremamente varie; tuttavia, la causa maggiormente ricorrente nella categorizzazione dei ricercatori è nuovamente alunni (19 risposte su 34).

Alcuni docenti forniscono semplificazioni della risposta presente nel questionario "gli alunni pensano che se aumenta l'area aumenta anche il perimetro", invece altri presuppongono, come causa dell'errore degli alunni, una distrazione o la mancanza di strategie di verifica di quanto ipotizzato:

- non contano i quadretti (2 docenti);
- non verificano la risposta data (2);
- rispondono d'impulso;
- non si danno il tempo (2).

Altre risposte descrittive dei docenti sottolineano, di nuovo, una responsabilità degli alunni nella non comprensione del concetto di perimetro e area:

- confondono il concetto di perimetro e area;
- non hanno ben acquisito il concetto di area e di perimetro e/o non sanno applicarlo;
- fanno confusione tra area e perimetro.

In 11 risposte su 34 compare un riferimento alla didattica come possibile causa dell'errore degli alunni, con affermazioni quali:

- mancanza di attività pratiche legate alla Geometria;
- gli alunni non sono allenati al tipo di quesito.

La causa dell'errore degli alunni potrebbe derivare dalla misconcezione: «Se aumenta l'area, aumenta anche il perimetro» (Fandiño Pinilla e D'Amore, 2006, pp. 83-84), che evidenzia come l'ostacolo che si oppone alla costruzione di una conoscenza soddisfacente sulla relazione tra area e perimetro non sia solo di natura epistemologica, ma anche di natura didattica: molto raramente viene proposto in classe di mettere in relazione l'area e il perimetro di una stessa figura. Si insiste sul fatto che il perimetro si misura in grandezze lineari (il metro) e l'area in grandezze quadrate (metro quadrato), centrando l'attenzione sui singoli concetti di area e di perimetro, anziché sulla loro relazione.

Tuttavia, le risposte dei docenti restano a un iniziale livello di consapevolezza, nominando nuovamente solo la mancanza di attività pratica legata a questo tipo di apprendimento, come causa possibile degli errori degli studenti.

5. Conclusioni

L'analisi delle risposte dei docenti nel campo "altro" richiama da un lato una tendenza – frequente da parte degli insegnanti – alla devoluzione di responsabilità rispetto agli errori commessi dagli alunni (Weiner, 1985); ma evidenzia anche la scarsa presenza di proposte di esperienze concrete di apprendimento che consentano agli alunni di utilizzare i concetti della Matematica.

Questa sembra essere identificata – nelle risposte descrittive fornite dai docenti – come causa principale, per gli alunni, nell'effettuare quel processo di matematizzazione e modellizzazione, che consiste nell'organizzare e analizzare una situazione reale tramite gli strumenti della Matematica: traducendo, riorganizzando e ricostruendo un problema dal contesto reale nel mondo simbolico della Matematica, e viceversa (Jupri e Drijvers, 2016).

Tale considerazione rende evidente la necessità di proporre interventi formativi per i docenti, volti a sostenere sia la promozione di consapevolezza

nelle progettazioni didattiche, sia la problematizzazione dei comportamenti cognitivi dei propri alunni.

Inoltre, l'osservatorio qualitativo proposto da questa analisi ha permesso al gruppo di ricerca di attivarsi in due direzioni:

- la prima è stata quella di considerare le risposte analizzate come un suggerimento per la revisione – attualmente in corso – del questionario stesso. Non in tutte le opzioni fornite dal questionario era possibile una differente attribuzione di causa dell'errore degli studenti, anche solo considerando la tripartizione presente nel seguente contributo (didattica, alunni, INVALSI);
- la seconda è quella di ipotizzare uno sviluppo marcatamente qualitativo dell'indagine, volto a interrogare maggiormente, e molto più da vicino, le pratiche didattiche dei docenti connesse agli item INVALSI o generate da una riflessione con gli alunni sugli errori commessi nel test.

Domande quali:

- Attribuire prevalentemente la causa dell'errore agli alunni, quali rappresentazioni del processo di insegnamento-apprendimento sottende da parte dei docenti?
- Identificare la causa degli errori nella didattica in che modo può attivare una riflessione sistematica e consapevole sulle pratiche di insegnamento messe in campo?
- Identificare le cause possibili di errori commessi nei test INVALSI come può divenire una pratica utile a sostenere un uso proattivo dei test nella didattica quotidiana dei docenti?

Potrebbero risultare una traccia per l'implementazione di uno sviluppo qualitativo dell'indagine.

In chiusura, è interessante sottolineare un ulteriore fenomeno degno di nota, verificatosi durante il processo di analisi dei dati: le discordanze nell'attività di tagging erano prevalentemente – il 62% in media – fra i due ricercatori da un lato e l'insegnante ricercatrice dall'altro: le discordanze, come precisato nel paragrafo dedicato alla metodologia d'analisi dei dati, non sono mai state risolte a maggioranza, ma tramite elaborazione del consenso. Questo fatto, indipendentemente dalla sua origine, che richiederebbe uno studio più approfondito per essere discussa, evidenzia un possibile parallelismo con quanto Anna Sfard definisce come «discorso incommensurabile» (2008, p. 296) tra alunni e insegnanti. Tale fenomeno sembra risiedere in una non comprensione che si verifica quando vengono usate le stesse parole, ma con significati diversi, essendo inconsapevoli delle reciproche differenze di utilizzo. Anche in questo caso la docente e i ricercatori, nell'operare la classificazione delle risposte “altro”, hanno fatto riferimento a significati ap-

partenenti a due mondi non sempre comunicanti quali quello della ricerca e quello delle pratiche didattiche. Anche a seguito di quanto affermato, diventa utile approfondire e promuovere l'interazione fra ricercatori e insegnanti ai fini di sostenere un'alleanza tra scuola e università, volta al miglioramento delle pratiche didattiche quotidiane.

Riferimenti bibliografici

- Arzarello F., Ferretti F. (2021), "The connection between the mathematics INVALSI test and the teaching practices: an explorative study", in P. Falzetti (eds.), *INVALSI data to investigate the characteristics of students, school, and society*, FrancoAngeli, Milano, pp. 96-109.
- Brousseau G. (1983), "Les obstacles épistémologiques et les problèmes in mathématiques", *Reserches en Didactique des Mathématiques*, 4, 2, pp. 165-198.
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2005), "Relazioni tra area e perimetro: convinzioni di insegnanti e studenti", *La Matematica e la sua didattica*, 2, pp. 165-190.
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I., Marazzani I., Sbaragli S. (2008), *La didattica e le difficoltà in matematica. Analisi di situazioni di mancato apprendimento*, Erickson, Trento.
- Faggiano E., Monaco A., Rizzo O.G., Vaccaro V. (2023), "An exploratory study on the connection between INVALSI assessment and mathematics teaching and learning processes at the Primary School level", in P. Falzetti (ed.), *The school and its protagonists: the teachers. V Seminar "INVALSI data: a tool for teaching and scientific research"*, FrancoAngeli, Milano, pp. 9-23.
- Fandiño Pinilla M.I., D'Amore B. (2006), *Area e perimetro. Aspetti concettuali e didattici*, Erickson, Trento.
- Fischbein E. (1989), "Tacit models and mathematical reasoning", *For the Learning of Mathematics*, 9 (3), pp. 9-14; trad. it. "Modelli taciti e ragionamento matematico", in E. Fischbein, G. Vergnaud, *Matematica a scuola: teoria ed esperienze*, Pitagora, Bologna, 1992, pp. 25-38.
- Jupri A., Drijvers P. (2016), "Student difficulties in mathematizing word problems in algebra", *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12 (9), pp. 2481-2502.
- Martini B., Sbaragli S. (2005), *Insegnare e apprendere la matematica*, Tecnodid, Napoli.
- Pagani V., Pastori G. (2016), "What do you think about INVALSI tests? School directors, teachers and students from Lombardy describe their experience", *Journal of Educational, Cultural and Psychological Studies (ECPS Journal)*, 13, pp. 97-117.
- Sfard A. (2008), *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Truffelli E., Vannini I. (2021), "Convinzioni e atteggiamenti degli insegnanti di scuola primaria italiani e orientamento all'uso formativo delle prove INVALSI di Matematica", in P. Lucisano (a cura di), *Ricerca e didattica per promuovere intelligenza comprensione e partecipazione*, Pensa Multimedia, Lecce, pp. 376-395.

- Vaccaro V., Faggiano E., Ferretti F. (2021), “Consapevolezza degli insegnanti delle ragioni degli errori degli studenti”, in P. Lucisano (a cura di), *Ricerca e didattica per promuovere intelligenza, comprensione e partecipazione*, Pensa Multimedia, Lecce, pp. 411-430.
- Weiner B. (1985), “An attribution theory of achievement motivation and emotion”, *Psychological Review*, 92, pp. 548-573.
- Zan R., Baccaglioni-Frank A. (2017), *Avere successo in Matematica: strategie per l'inclusione e il recupero*, UTET, Torino.
- Zan R. (2016), *I problemi di Matematica. Difficoltà di comprensione e formulazione del testo*, Carocci Faber, Roma.